Всероссийская молодежная научная конференция «Все грани математики и механики»

(24–28 апреля 2018 г.)

Сборник тезисов докладов

Содержание

СЕКЦИЯ
АЛГЕБРА

Об инволюциях двумерной линейной группы

Гайдак В. А.

Томский государственный университет, г. Томск
e-mail: gaidakvioletta@gmail.com

Нетрудно проверить, что множество матриц

$$ML_2(\mathbf{Z}) = \left\{ A \in \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; a, b, c, d \in \mathbf{Z},\, ad - bc = \pm 1 \right\}$$

образует группу относительно обычного умножения матриц.

Элемент g группы $(G, \cdot)$ с нейтральным элементом e называется:
— *инволюцией*, если $g^2 = e$;
— *центральным*, если $gh = hg$ при всех $h \in G$.

Предложение 1. *Все нецентральные инволюции группы $ML_2(\mathbf{Z})$ имеют вид*

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где $a^2 + bc = 1$.

Предложение 2. *Множество всех центральных элементов группы $ML_2(\mathbf{Z})$ состоит из матриц $\pm \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.*

Для инволюций $J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ и $I = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ справедливы следующие утверждения:

Теорема 1. *Если инволюция вида* (1) *сопряжена с J, то b и c — четные числа.*

Теорема 2. *Если инволюция вида* (1) *сопряжена с I, то хотя бы одно из чисел b и c будет нечетным.*

Следствие 1. *Инволюции J и I не сопряжены в группе $ML_2(\mathbf{Z})$.*

Литература

1. Курош А. Г. Теория групп / А. Г. Курош. — М.: Наука, 1967.

Примеры вполне инертных подгрупп абелевых групп

Григорьева Н. М., Чехлов А. Р.

Томский Государственный Университет
e-mail: kristinka0908@yandex.ru

Все группы предполагаются абелевыми, через $E(G)$ обозначается кольцо эндоморфизмов группы G.

Определение 1. *Подгруппа H группы G называется вполне инертной, если фактор-группа $(H + \varphi H)/H$ конечна для всякого $\varphi \in E(G)$.*

Определение 2. *Подгруппы H, группы G называются соизмеримыми, если подгруппа $K \cap H$ имеет конечный индекс в H и в K.*

Пример 1. В группе без кручения конечного ранга всякая конечно порожденная подгруппа максимального ранга вполне инертна. **Пример 2.** В группе без кручения ранга 1 каждая ее подгруппа является вполне инертной.

Пример 3.

a) Пусть $G = \mathbb{Q} \oplus R$, где $\mathbb{Q}$ – аддитивная группа рациональных чисел, R – редуцированная группа без кручения ранга 1, $0 \neq a \in \mathbb{Q}$ и $0 \neq b \in R$. Тогда подгруппа $H = \langle a \rangle \oplus \langle b \rangle$ является вполне инертной.

b) Пусть $G = \mathbb{Q} \oplus \mathbb{Z}_p^\infty$, где $\mathbb{Z}_p^\infty$ – квазициклическая p-группа $0 \neq a \in \mathbb{Q}$ и X нетривиальная подгруппа в $\mathbb{Z}_p^\infty$. Тогда подгруппа $H = \langle a \rangle \oplus X$ является вполне инертной.

c) Пусть Пусть $G = \mathbb{Z}_p^\infty \oplus \mathbb{Z}$, где $\mathbb{Z}$ – аддитивная группа целых чисел и X – нетривиальная подгруппа в $\mathbb{Z}_p^\infty$. Тогда подгруппа $H = X \oplus \mathbb{Z}$ является вполне инертной.

d) Пусть $G = \mathbb{Z}_p^\infty \oplus A$, где группа A не имеет ненулевых p-делимых факторгрупп. Тогда подгруппа A вполне инертна в G.

Литература

1. Dikranjan D., Giordano Bruno A., Salce L., Virili S. Fully inert subgroups of divisible Abelian groups // J. Group Theory. 2013. V. 16. No 6. P. 915–939.

Алгебраические задачи матричных модулярных криптосистем

Гринчак А. Ю.

ТГУ, Томск
e-mail: grinchak.angelina@outlook.com

В данной работе рассматривается базовая модульная матрица криптосистемы (BMMC), алгоритм шифрования и сопутствующие вычислительные задачи. Приводится алгоритм генерации ключей с анализом возможных реализаций генерации ключей.

Безопасность любой криптосистемы основывается на сложности решения вычислительной задачи. Если есть алгоритм, который может решить значимую долю всех вариаций задачи за полиномиальное время, то любая криптосистема, безопасность которой основана на этой задаче, будет считаться небезопасной.

Операции возведения в квадрат по модулю целого числа n и извлечения квадратных корней по модулю целого числа n часто используются в криптографических функциях. Операцию вычисление корня по модулю n можно эффективно выполнять, когда n - простое, но трудно, когда n является составным целым, чьи простые множители неизвестны. Поэтому, эта задача представляет интерес изучения относительной сложности нахождения решения.

Мультипликативная группа кольца треугольных формальных матриц

Ким Е. И.

Томский Государственный Университет
e-mail: plsnov1806@mail.ru

Теория колец включает в себя такие понятия, как подкольцо, идеал, факторкольцо, прямое произведение колец и так далее. Но не менее важным является понятие обратимого элемента кольца.

Определение 1. *Элемент v кольца R называется обратимым элементом, если существует $x \in R$ такой, что $xv = 1 = vx$. Обозначим $x = v^{-1}$, где элемент v^{-1} называется обратным к v.*

Хорошо известно, что матрицы имеют большое значение для математики и её приложений. В алгебре часто встречаются и имеют большое значение так называемые формальные матрицы, которые складываются и умножаются по стандартным правилам матричного сложения и умножения. Таким образом, получается кольцо формальных матриц. Среди колец формальных матриц выделяются кольца треугольных матриц.

Очень важной задачей является вычисление группы обратимых элементов кольца формальных матриц. Следующие две теоремы содержат полное описание группы обратимых элементов кольца формальных треугольных матриц K порядка 2.

Теорема 1. *Пусть дана матрица $A = \begin{pmatrix} r & m \\ 0 & s \end{pmatrix} \in K$. Матрица A обратима тогда и только тогда, когда r и s - обратимые элементы в кольцах R и S соответственно, а m - произвольный элемент.*

Теорема 2. *Пусть дано кольцо формальных треугольных матриц $K = \begin{pmatrix} R & M \\ 0 & S \end{pmatrix}$. Тогда $D \cap T = \{E\}$ и справедливы полупрямые разложения $U(K) = D \leftthreetimes T = T \rightthreetimes D$, где D - подгруппа всех обратимых диагональных матриц, а T - нормальная подгруппа всех унитреугольных обратимых матриц.*

Литература

1. Крылов П.А., Туганбаев А.А. Кольца формальных матриц и модули над ними - М.:МЦНМО, 2017. С. 11 – 19.

Об определяемости кольца вычетов группой обратимых элементов

Мальцев А. В.

ТГУ, Томск
e-mail: alexmal548@gmail.com

Рассматриваются основные закономерности, позволяющие решать вопрос о том, при каких условиях кольцо вычетов по модулю n однозначно находится по своей группе обратимых элементов.

Через $\mathbb{Z}$ и $\mathbb{N}$ обозначаем кольцо целых чисел и множество натуральных чисел соответственно.

Определение 1. *Пусть $n \in \mathbb{N}$. Будем говорить, что кольцо $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ определяется своей группой обратимых элементов $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$, если $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}) \ncong U(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})$ для всех натуральных $m \neq n$.*

Теорема 1. *Если n – нечетное число, то $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}) \cong U(\mathbb{Z}/2n\mathbb{Z})$.*

Следствие 1. *Если кольцо $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ определяется группой $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$, то n делится на 4.*

При исследовании определяемости нам также помогают следующая лемма и следствие из неё.

Лемма 1. *Если* НОД$(a, b) = 1$, *то* $U(\mathbb{Z}/ab\mathbb{Z}) \cong U(\mathbb{Z}/a\mathbb{Z}) \times U(\mathbb{Z}/b\mathbb{Z})$.

Следствие 2. *Если $U(\mathbb{Z}/a_1\mathbb{Z}) \cong U(\mathbb{Z}/a_2\mathbb{Z})$ и для числа b выполнено* НОД$(a_1, b) =$ НОД$(a_2, b) = 1$, *то* $U(\mathbb{Z}/a_1b\mathbb{Z}) \cong U(\mathbb{Z}/a_2b\mathbb{Z})$.

При помощи этих результатов установлена

Теорема 2. *При $n \leqslant 130$ кольцо вычетов $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ определяется группой $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ только для значений $n \in \{24, 32, 80, 96, 120, 128\}$.*

Литература

1. Айерлэнд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. – М.: Мир, 1987. – 416 с.

2. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Высшая школа, 1979. – 559 с.

Кольцо целых p-адических чисел

Михалькова М. И., Крылов П. А.

Томский Государственный Университет
e-mail: milena1999999@gmail.com

Во всех областях математики используется очень важное и хорошо известное нам поле вещественных чисел $\mathbb{R}$. Но есть и другие числа, которые играют важную роль как в теории чисел, так и в других областях математики. Об одном виде таких чисел и пойдет речь — это так называемые целые p-адические числа. Множество таких чисел образует кольцо, обозначаемое $\hat{\mathbb{Z}}_p$. На самом деле такие числа определяются для любого натурального n и они образуют кольцо $\hat{\mathbb{Z}}_n$. Мы знаем что целое положительное число n можно записать в канонической форме $n = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot ... \cdot p_s^{k_s}$, тогда используя это можно доказать, что имеет место изоморфизм колец $\hat{\mathbb{Z}}_n \cong \hat{\mathbb{Z}}_{p_1} \oplus \hat{\mathbb{Z}}_{p_2} \oplus ... \oplus \hat{\mathbb{Z}}_{p_s}$ [1]. Поэтому достаточно исследовать n-адические числа только для простых чисел n.

В работе приведены две формы записи целых p-адических чисел, а также основные теоремы и факты о кольцах целых p-адических чисел. В частности, решается вопрос о том, когда целое p-адическое число является обратимым. Доказывается, что кольцо $\hat{\mathbb{Z}}_p$ является коммутативной областью главных идеалов. Так же рассматривается строение циклических и конечно – порожденных модулей.

Литература

1. Фомин А.А. Числовые кольца и модули над ними: Учебное пособие. – М.: Прометей, 2013. – 72 с. С.17-31.

Вполне идемпотентные гомоморфизмы абелевых групп

Молокова К. С.

Томский Государственный Университет
e-mail: Kristinka0908@mail.ru

Определение 1. *Пусть* $f \in Hom(A, B)$. *Обозначим через*

$$H_r(f) = \{\sum_i g_i f s_i | g_i \in Hom(B, A), s_i \in Hom(A, A), \forall i\}; \quad (1)$$

$$H_l(f) = \{\sum_i s_i f g_i | g_i \in Hom(B, A), s_i \in Hom(B, B), \forall i\}. \quad (2)$$

Определение 2. *Группа* $Hom(A, B)$ *называется вполне идемпотентной справа (слева), если для каждого гомоморфизма* $f \in Hom(A, B)$ *выполнено условие* $f \in fHom_r(f)$ ($f \in fHom_r(f)f$).

Определение 3. *Группа* $Hom(A, B)$ *называется вполне идемпотентной, если* $f \in Hom(B, B)fH_r(f)$ *для каждого* $f \in Hom(A, B)$.

Теорема 1. *Пусть* $A = A_1 \oplus A_2 \oplus ... \oplus A_n$ *и* $B = B_1 \oplus B_2 \oplus ... \oplus B_m$. *Тогда следующие условия равносильны:*

1. *Группа* $Hom(A, B)$ *вполне идемпотентна (вполне идемпотентна справа, вполне идемпотентна слева);*
2. *Для каждого* $1 \le i \le n$ *и для каждого* $1 \le j \le m$ *группа* $Hom(A_i, B_j)$ *вполне идемпотентна (соответственно вполне идемпотентна справа, вполне идемпотентна слева).*

Литература

1. А.Н. Абызов. Вполне идемпотентность Hom // Известия вузов. Математика 2011, №8, С. 3–8.

Энтропия в абелевых группах

Саятова А. С.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: azhar.sayatova@mail.ru

Определение 1. *Пусть G - абелева группа и $F(G)$ обозначает семейство ее конечных подгрупп. Если $\phi : G \to G$ является эндоморфизмом группы G, то для любого натурального n и любого $F \in F(G)$ мы полагаем*

$$T_n(\phi, F) = F + \phi F + \phi^2 F + \ldots + \phi^{n-1} F.$$

Учитывая конечную подгруппу F и эндоморфизм ϕ группы G, для каждого $n > 1$ определим вещественное число:

$$H_n(\phi, F) = log|T_n(\phi, F)|$$

Теперь определим

$$H(\phi, F) = lim_{n\to\infty} \tfrac{H_n(\phi,F)}{n}$$

Следуя за Вайссом, определим алгебраическую энтропию эндоморфизма ϕ группы G как

$$ent(\phi) = sup_{F\in F(G)} H(\phi, F)$$

и алгебраической энтропии группы G в виде

$$ent(G) = sup_{\phi\in End(G)} ent(\phi).$$

Пример 1. *Для произвольной группы G эндоморфизм, индуцированный умножением на целое число n, имеет нулевую алгебраическую энтропию, поскольку $nH \le H$ для каждой подгруппы H группы G; аналогичный результат справедлив для умножения на p-адическое целое число π, когда G является p-группа.*

Литература

1. D. Alcaraz, D. Dikranjan, M. Sanchis, Infinitude of Bowen's entropy for group endomorphisms, preprint.

2. Чехлов А.Р. О некоторых классах абелевых групп // Абелевы группы и модули. Томск, 1984.

Вполне инертные подгруппы абелевых групп

Соболева А. А.
(научный руководитель Чехлов А. Р.)

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail:

Определение 1. *Пусть G — группа, $\varphi\colon G \to G$ — эндоморфизм и H подгруппа в G; H называется φ-инертной, если $H \cap \varphi(H)$ имеет конечный индекс в $\varphi(H)$. Подгруппа H группы G называется вполне инертной, если она φ-инертна для любого эндоморфизма φ группы G.*

Определение 2. *Говорят, что две подгруппы K, H группы G соизмеримы, если обе факторгруппы $(K + H)/H$ и $(K + H)/K$ являются конечными.*

Известно, что подгруппа, соизмеримая с некоторой вполне инертной подгруппой, сама является вполне инертной; в группе без кручения конечного ранга всякая конечно порожденная подгруппа максимального ранга вполне инертна.

Теорема 1. *[1] Подгруппа H произвольной свободной группы G является вполне инертной тогда и только тогда, когда она соизмерима с вполне инвариантной подгруппой группы G, т.е. с подгруппой nG для некоторого целого числа n.*

Литература

1. Dikranjan D., Salce L., Zanardo P. Fully inert subgroups of free Abelian groups // Period. Math. Hungar, 69:1 (2014), 69–78.

2. Чехлов А. Р. Вполне инертные подгруппы вполне разложимых групп конечного ранга и их соизмеримость // Вестн. Томск. гос. ун-та. Матем. и мех., 2016, №3(41), 42–50.

Об одном кольце обобщенных матриц

Степанова А. Ю.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: stepanova.alexa@mail.ru

Пусть $\mathbf{Z}$ – кольцо целых чисел, p – простое число, $m \geqslant n > 0$.

Можно показать, что множество $R = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}/p^m\mathbf{Z} & \mathbf{Z}/p^n\mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}/p^n\mathbf{Z} & \mathbf{Z}/p^n\mathbf{Z} \end{pmatrix}$, т. е. множество всех матриц вида

$$A = \begin{pmatrix} a + p^m\mathbf{Z} & b + p^n\mathbf{Z} \\ c + p^n\mathbf{Z} & d + p^n\mathbf{Z} \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где $a, b, c, d \in \mathbf{Z}$, с поэлементным сложением и умножением

$$\begin{pmatrix} a + p^m\mathbf{Z} & b + p^n\mathbf{Z} \\ c + p^n\mathbf{Z} & d + p^n\mathbf{Z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s + p^m\mathbf{Z} & t + p^n\mathbf{Z} \\ u + p^n\mathbf{Z} & v + p^n\mathbf{Z} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} as + p^{m-n}bu + p^m\mathbf{Z} & at + bv + p^n\mathbf{Z} \\ cs + du + p^n\mathbf{Z} & p^{m-n}ct + dv + p^n\mathbf{Z} \end{pmatrix}$$

является кольцом с единицей $\begin{pmatrix} 1 + p^m\mathbf{Z} & 0 + p^n\mathbf{Z} \\ 0 + p^n\mathbf{Z} & 1 + p^n\mathbf{Z} \end{pmatrix}$.

Назовем *определителем* матрицы (1) элемент

$$|A| = ad - p^{m-n}bc + p^n\mathbf{Z} \in \mathbf{Z}/p^n\mathbf{Z}.$$

Теорема 1. *Пусть $m > n$. Для матрицы A вида (1) следующие условия эквивалентны:*

1) *Числа a и d не делятся на p.*
2) *$|A|$ – обратимый элемент в $\mathbf{Z}/p^n\mathbf{Z}$.*
3) *A – обратимый элемент в R.*

Если эти условия выполнены, то A^{-1} находится по формуле

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} G(1 + bcp^{m-n}F) + p^m\mathbf{Z} & -bF + p^n\mathbf{Z} \\ -cF + p^n\mathbf{Z} & aF + p^n\mathbf{Z} \end{pmatrix},$$

где $F + p^n\mathbf{Z} = |A|^{-1}$ и $G + p^m\mathbf{Z} = (a + p^m\mathbf{Z})^{-1}$.

Замечание 1. *Можно показать, что рассматриваемое кольцо R изоморфно кольцу эндоморфизмов группы $\mathbf{Z}/p^m\mathbf{Z} \oplus \mathbf{Z}/p^n\mathbf{Z}$.*

Литература

1. Глухов М. М., Елизаров В. П., Нечаев А. А. Алгебра. СПб.: Лань, 2015.

Применим изоморфизм

Фролкина Т. В.

ТГПУ, Томск
e-mail: tayafrolkina@gmail.com

Предложение 1. *Пусть* $\{G, \cdot\}$ *– группа.* $|A| = |G|$ *и* f *– биекция* G *на* A.

Покажем: $\forall a_1, a_2 : \quad a_1 * a_2 = f(f^{-1}(a_1) * f^{-1}(a_2))$.

Тогда $\{A, *\}$ – группа, изоморфная группе $\{G, \cdot\}$.

Пусть $f : \ Z \to N$, такая, что $f(0) = 1$, $\forall n \in N$: $f(n) = 2n$, $f(-n) = 2n + 1$.

Следствие 1. $\{N, *\}$ *– циклическая группа с положительным конусом* $2N$.

Предложение 2. *Уравнение* $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}^{2018} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{2018}$ *имеет в поле* $\mathbf{C}$ *ровно 2018 корней.*

Литература

1. Фукс Л. Частично упорядоченные алгебраические системы. М.: Мир, 1965.

Параллельность в группе $\mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p$

Фуксон С. Л., Тимошенко Е. А.

Томский государственный университет, ММФ, г. Томск
e-mail: fouk.son.ya@gmail.com

Авторы статьи [1] вводят понятие бинарного отношения ортогональности в произвольных абелевых группах. В [2] полностью описаны ортогональности прямой суммы циклических групп $\mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p$, где p – простое число.

Каждое отношение ортогональности приводит к некоторому отношению параллельности:

Определение 1. *Пусть в группе G задана ортогональность $\perp$, и пусть $a, b \in G$. Будем говорить, что a и b параллельны, и писать $a \parallel b$, если $y \perp a \iff y \perp b$ при всех $y \in G$.*

Для группы $G = \mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p$ можно записать $G = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_{p+1}$, где A_i – это все циклические подгруппы группы G порядка p (тогда $A_i \cap A_j = \{0\}$ для всех $i \neq j$).

Рассмотрим произвольное отношение параллельности в G. Найдётся число $k \in \left\{0, 1, \ldots, \left[\frac{p+1}{2}\right]\right\}$ такое, что после подходящей перенумерации групп A_i соответствующие этому отношению классы параллельности имеют вид

$$\{0\},\ A_1 \setminus \{0\},\ A_2 \setminus \{0\},\ \ldots,\ A_{2k} \setminus \{0\},\ \left(A_{2k+1} \cup \ldots \cup A_{p+1}\right) \setminus \{0\}.$$

Отсюда можно вывести формулу для числа s_{par} различных параллельностей группы $\mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p$: имеем $s_{par} = 2$ при $p = 2$ и

$$s_{par} = \sum_{k=0}^{\frac{p+1}{2}} C_{p+1}^{2k} = 2^p$$

при $p > 2$.

Литература

1. Haukkanen P., Mattila M., Merikoski J. K., Tossavainen T. Perpendicularity in an Abelian group // International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences. 2013. V. 2013. Article ID 983607.

2. Фуксон С. Л. Ортогональности группы $\mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p$ // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. № 4(36). С. 46 - 54.

СЕКЦИЯ

ГЕОМЕТРИЯ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ

Огибающие семейств циклоидальных кривых

Девяшина Е. А., Щербаков Н. Р.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: your@email.ru

Циклоидальные кривые [1] часто используются в качестве профилей деталей передаточных механизмов, в частности механизмов с эксцентриково-циклоидальным зацеплением [2]. При движении входной детали с таким профилем образуется семейство циклоидальных кривых. Для обеспечения постоянного контакта деталей, необходимо, чтобы профиль выходной детали являлся огибающей этого семейства. В работе построены огибающие семейств эквидистант эпи- и гипотрохоид [1] для двух вариантов движения входной детали в каждом случае. Создана единая программа для построения этих 4-х вариантов огибающей. Каждый из вариантов получатся при введении в исходных данных значений плюс- минус единица для двух констант.

Литература

1. А.А. Савелов. Плоские кривые. Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, Москва. 1960. 294 с.

2. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р., Становской В.В., Казакявичюс С.М., Ремнёва Т.А. Математическое моделирование работы зубчатой реечной передачи с эксцентриково-циклоидальным зацеплением // Вычислительные технологии. – 2010. – Т. 15. – № 1. – С. 53–59.

Обобщение алгоритма Е.С. Попова. Непредусмотренный эффект

Рубцова Е. В.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: rubc-ekaterina@mail.ru

Задача моделирования поверхности тонкого упругого материала тесно связана с моделированием минимальных поверхностей. Исключительно удачное решение данной задачи предложено в [Попов]. В основе построения – расчет третьей координаты внутреннего узла равномерной сетки. Алгоритм Е.С. Попова моделирует, в частности, форму изотропного сетеполотна, входя-щего в конструкцию орбитальной рефлекторной антенны. В работах [1],[2] предложено обобщение указанного алгоритма, позво-ляющее применять его для моделирования формы ортотропного сетеполотна в тех же условиях. Именно, в формулу (1) введены весовые коэффициенты, зависящие от величины L – отношения главных кривизн. В публикациях [1],[2] отмечены свойства модифицированного алгоритма (в том числе : при L>0 моделируется псевдоминимальная поверхность [1]и вычислительные эксперименты показали, что алгоритм применим и при L<0 , однако в этом случае моделируется поверхность, часть которой имеет положительную гауссову кривизну. [1–3].

Литература

1. Бухтяк М.С. Обобщение минимальных поверхностей и моделирование формы конструкции из ортотропного материала // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 45, С.5-24.

2. Бухтяк М.С. Конечно-элементная модель псевдоминимальной поверхности// Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 49, С.5-14.

3. Попов Е.В. Метод натянутых сеток в задачах геометрического моделирования. Дисс. … д.т.н. – Нижний Новгород, 2001. – 248 С.

Математическое моделирование гипоидной передачи общего типа

Щеголева А. А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: nschegoleva@sibmail.com

В [1,2] моделировалась гипоидная передача с перпендикулярными скрещивающимися осями вращения входной и выходной деталей и с однополостными гиперболоидами вращения в качестве базовых поверхностей этих деталей. В данной работе рассматривается случай произвольного угла между скрещивающимися осями. Приведены условия касания таких гиперболоидов по прямолинейной образующей. Получены точные аналитические уравнения поверхности зуба входной детали S, а поверхность зуба выходной детали найдена как огибающая семейства поверхностей S.

Литература

1. Щербаков Н.Р., Щеголева А.А. Касание однополостных гиперболоидов вращения как аксоидов гипоидной передачи // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика, 2017, № 47, 37–42.

2. Щербаков Н.Р., Щеголева А.А. Моделирование поверхностей зубьев контактирующих деталей гипоидной передачи // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика, 2017, № 47, 37–42.

Геометрическое моделирование вантовой системы орбитального рефлектора

Ялугин А. А.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: spartacus2321@gmail.com

Для современной спутниковой связи требуются крупногабаритные антенны с высокой точностью формы отражающей поверхности рефлектора. Компьютерное моделирование является важным инструментом при создании и проектировании спутниковых систем, так как экспериментальная отработка таких конструкций требует больших временных и материальных затрат. Актуальность работы вызвана необходимостью прогнозирования механического поведения рефлектора и соответственно радиотехнических параметров антенн.

В идеологии теоретической разработки и технологического проектирования орбитальных рефлекторов (особенно крупногабаритных) можно наметить некоторые тенденции.

Параболоид представляет собой поверхность, более сложную, нежели сфера. Иногда его (локально) приближают куском сферы, при этом, правда, возникают неизбежные погрешности. Обычно так поступают в случае осесимметричного параболоида, и при не слишком большой удаленности вырезки от вершины параболоида погрешность нетрудно учесть.

Осесимметричная вырезка из параболоида вращения не вполне удобна в конструктивном смысле, поскольку предполагает использование двух кронштейнов (мачт) для крепления ступицы каркаса и для размещения приемо-передающего узла (в фокусе). В случае офсетного параболоида фокус может располагаться на поверхности спутника, а не на выносной мачте. Рассматривается рефлектор, математической моделью которого является офсетный параболоид.

В работе представлена программа ,реализующая графическую визуализацию вантовой системы орбитального рефлектора. [1, 2].

Литература

1. Бельков А.В., Бутов В.Г., Евдокимов А.С. и др. Компьютерное моделирование транс- формируемых космических рефлекторов // Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. Сер. Математика, механика, информатика. 2008. № 3(58). С. 284-293.

2. Гряник М.В., Ломан В.И. Развертываемые зеркальные антенны зонтичного типа. М.: Радио и связь, 1987. 72 с.

СЕКЦИЯ

ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ТОПОЛОГИЯ

Об оценке сверху сферического модуля

Асанбеков У. К., Малютина А. Н.

ТГУ, Томск
e-mail: Urmat_1396@mail.ru

Теорема 1. *Пусть $D \subset G$ – открытое множество и E – континуум, $E \subset D$, Γ – семейство кривых $\gamma \in D$ и соединяющих E с ∂D. Тогда при $n-1 < \beta \leq n$, имеет место оценка снизу [1]*

$$M_{\beta}^{n-1} \geq c\frac{d(\Gamma)^{\beta}}{|D|^{1-n+\beta}},$$

где $d(E)$=$(diamE)$ – диаметр E, а C – постоянная, зависящая только от n и β.

Докажем одно дифференциальное неравенство для открытого отображения с s-усредненной характеристикой.

Теорема 2. *Если $f : D \to R^n$ – открытое отображение с s-усредненной характеристикой [2], то в произвольной точке $x_0 \in D$ при всех $r < \eta$, где $\eta \leq min\{1, \tau^2(x_0, \partial D)\}$, справедливо неравенство*

$$inf f(B^n(x_0, r)) \leq Kln^{-s(n-1))}(\frac{1}{r}),$$

где $B^n(x_0, r) = \{x : |x - x_0| \leq r\}$, а постоянная K зависит от n и от s и велечины $\Phi_s(D)$, $\tau(x_0, \partial D)$ – расстояние между точкой x_0 и границей ∂D множества D.

Литература

1. Асанбеков У.,К. Малютина А.,Н. Материалы международной конференции "Воронежская зимняя математическая школа С.Г.Крейна-2016. Воронеж:Издательско-полиграфический центр "Научная книга", 2016. - 464 с.

2. Малютина А.Н., Елизарова М.А. эквивалентности аналитического и геометрического определений отображения с – усредненной характеристикой. Вестник Томского государственного университета. №1(27) 2014. с. 25-41]

Абсолютная и равномерная сходимость в круге

Батыр О. Е.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: olzhas_kings-music@mail.ru

Определение 1. *Степенным рядом называется ряд вида* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n(z-z_0)^n, z \in C, z_0 \in C$ *(1) числа* $a_n \in C, n = 1, 2, ...,$ *называются коэффициентами ряда (1). С помощью замены переменного* $\zeta = z - z_0$ *ряд (1) может быть преобразован к виду* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ *(2) Поэтому, как правило, мы ограничиваемся рассмотрением рядов вида (2).*

Теорема 1. *Если степенной ряд (2) сходится при* $z = z_0$ *, то при любом* z *таким, что* $|z| < |z_0|$ *, ряд (2) сходится абсолютно. Следствие. Если ряд (2) расходится в точке* z_0 *, то в любой точке* z *такой, что* $|z| < |z_0|$ *, он также расходится.*

Теорема 2. *Пусть* $R-$ *радиус сходимости ряда (2). Тогда если* $|z| < R$ *,то ряд (2) сходится абсолютно, если* $|z| > R$ *, то ряд (2) расходится, а если* $0 \leqslant r < R$ *, то в круге* $\{z : |z| \leqslant r\}$ *ряд (2) сходится равномерно.*

Литература

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Учебник. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. С. 369-385.

Расстояние Банаха–Мазура

Безъязыкова Е. В., Гензе Л. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: bezazykovaelena@gmail.com

Пусть E и F — два изоморфных линейных нормированных пространства.

Определение 1. ([1]) *Расстояние Банаха–Мазура между E и F называется число*

$$\rho(E,F) = \ln\inf\{\|T\|\cdot\|T^{-1}\| \mid T\colon E\to F\ -\ \textit{изоморфизм}\}.$$

Вместо величины $\rho(E,F)$ часто рассматривают число $d(E,F) = \inf\{\|T\|\cdot\|T^{-1}\| \mid T\colon E\to F$ — изоморфизм$\}$ и именно его называют расстоянием Банаха–Мазура между E и F, хотя метрикой функция d (в отличие от ρ) не является.

Пусть Z — линейное нормированное пространство. Рассмотрим линейный непрерывный оператор $U\colon E\to F$ и положим $\tilde{\gamma}_Z(U) = \inf\sum_{j=1}^{k}\|V_j\|\cdot\|W_j\|$, где инфимум берётся по всевозможным представлениям $U = \sum_{j=1}^{k} W_j\circ V_j$, где $V_j\colon E\to Z$ и $W_j\colon Z\to F$ — линейные непрерывные операторы для каждого $j=1,\ldots,k$.

Определение 2. ([2]) *Слабым расстоянием между E и F называется число $\tilde{d}(E,F) = \max\{\tilde{\gamma}_F(\mathrm{Id}_E), \tilde{\gamma}_E(\mathrm{Id}_F)\}$.*

Пусть теперь дополнительно пространства E и F конечномерны.

Определение 3. ([1]) *Модифицированным расстоянием между E и F называется величина*

$$\inf\{\|T\| \mid T\colon E\to F, |\det T| = 1\}\cdot\inf\{\|T\| \mid T\colon F\to E, |\det T| = 1\},$$

которую будем обозначать $\partial(E,F)$.

Наша работа посвящена обзору результатов, касающихся расстояния Банаха–Мазура между конечномерными линейными нормированными пространствами, а также соотношениям между величинами $d(E,F)$, $\tilde{d}(E,F)$, $\partial(E,F)$.

Литература

1. Храбров А.И. Оценки расстояний между суммами пространств l_n^p, II // Зап. научн. сем. ПОМИ, 2003, том 303, с. 203–217.

2. Tomczak-Jaegermann N. The weak distance between finite-dimensional Banach spaces // Math. Nachr. Vol. (1984), p. 291–307.

Теорема о полунепрерывности снизу для отображений с s-усредненной характеристикой

Бердалиева М. А., Малютина А. Н.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: berdalieva_madina@mail.ru

В работе рассматриваются отображения с обобщенной производной суммируемой со степенью n. Мы используем определение обобщенной производной [1]. Приводим правила и рассматриваем примеры, показывающие, что понятия обычной и обобщенной производной различны в том смысле, что из существования одной из них еще не следует существование другой. Функция $\phi(x)$ непрерывна на [0,1], имеет почти везде производную $\frac{\partial\phi}{dx}$, но не абсолютно непрерывна, она не имеет обобщенной производной , а функция двух переменных $\phi(x, y) = f_1(x) + f_2(x)$, где $f_1(x)$ и $f_2(x)$ непрерывные на всей прямой, но нигде не дифференцируемые функции; тогда $\phi(x)$ не имеет производных в обычном смысле, но обобщенная производная $\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}$ существует и равна 0 в любом прямоугольнике $\Omega : a < x < b, c < y < d$.

Пусть отображение $f : D \to R^n$, с $K_{O,s}$ усредненной характеристикой [2].

Теорема 1. *Пусть $f : D \to D^m$ и $D_m \subset D^*, m = 1, 2, \dots$ - ограниченные области ,$|D^*| \le R < \infty$. Пусть $f_m : D \to D_m$ -последовательность отображений с $K_{O,s}$ усредненной характеристикой $s \ge 1$ и последовательность f_m сходится равномерно внутри D к непрерывному отображению f . Тогда $f \in W^1_n(D)$, и $K^*_{O,s}(f) = (\int_D K^s_O(x, f)J(x, f)d\sigma_x)^{\frac{1}{s}} \le \lim_{m\to\infty} K^*_{O,s}(f_m)$ отсюда следует, что отображения с $K_{O,s}$ усредненной характеристикой являются полунепрерывными снизу.*

Литература

1. 1. С.Л. Соболев . Некоторые применения функционального анализа в математической физике. М.:Наука. 1988.–С. 336.

2. 2. Malyutiva A., Elizarova M. Mappings with s-averaged characteristic. Definition and prorerties. LAP LAMBER Academic Publishing.2013. 121 p. ISBN: 978-3-8484-1319-5.

Выпуклость и звездность линий уровня второго типа

Борисова Я. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: yana_borisova_95@bk.ru

Пусть S – множество всех голоморфных однолистных в единичном круге E отображений $f : E \to \mathbb{C}$, $w = f(z)$, нормированных условиями $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$.

Определение 1. *Линией уровня первого типа отображения $f \in S$ назовем образ окружности $z : [0; 2\pi] \to \mathbb{C}$, $z(t) = re^{it}$, r – фиксировано, $0 < r < 1$, относительно отображения $f \in S$.*

Определение 2. *Линией уровня второго типа отображения $f \in S$ назовем прообраз границы пересечения замкнутого круга $E_w = \{w \in \mathbb{C} : |w| \leq \rho\}$, ρ – фиксировано, $0 < \rho < \infty$, с множеством $f(E)$ относительно отображения $f \in S$.*

Существует множество характеристик кривых, например: выпуклость и звездность. Кривая Γ называется звездной относительно точки z_0, если любой прямолинейный отрезок, соединяющий z_0 с каждой точкой этой кривой, целиком лежит по одну сторону от кривой Γ. Линия уровня второго типа называется выпуклой, если любой прямолинейный отрезок, соединяющий две точки линии уровня целиком лежит по одну сторону от неё [1].

Выпуклость и звездность для линий уровня первого типа хорошо изучены. Мною сформулированы аналитические критерии выпуклости и звездности для линий уровня второго типа.

В работе рассмотрено поведение линий уровня второго типа для частного случая – функции Кёбе.

Литература

1. Александров И. А. Конформные отображения односвязных и многосвязных областей. Изд-во Томского ун-та, 1976.

О дополняемых в топологии поточечной сходимости подпространствах c_0

Каргин Д. И., Гулько С. П.

ТГУ, Томск
e-mail: foreshop@mail.ru

В работе доказано утверждение аналогичное теореме Пелчинского о дополняемых подпространствах c_0.

Определение 1. *Пусть X — топологическое векторное пространство, Y — замкнутое линейное подпространство X. Тогда Y называется дополняемым в X, если существует замкнутое линейное пространство $Z \subset X$ такое, что $Z \cap Y = \{0\}$ и для каждого $x \in X$ найдутся $y \in Y$, $z \in Z$, для которых $x = y + z$.*

Теорема 1 (Пелчинский)**.** *Пусть E — одно из пространств s, l_p, где $p \in [1, \infty)$, или c_0. Тогда любое бесконечномерное дополняемое подпространство E изоморфно E.*

Обозначим $(c_0)_p$ пространство c_0, снабженное топологией поточечной сходимости.

Теорема 2. *Бесконечномерное дополняемое подпространство $(c_0)_p$ изоморфно $(c_0)_p$.*

Литература

1. Pelczynski A. Projections in certain Banach spaces //Studia Mathematica. – 1960. – T. 19. – №. 2. – C. 209-228.

Вычеты и их применение к вычислению интегралов

Кирикович А. Д., Садритдинова Г. Д.

Томский Государственный Университет
e-mail: alekskir042@gmail.com

В работе изучены некоторые разделы теории функций комплексного переменного. А именно, понятия и классификация изолированных особых точек, теория вычетов, ряд Лорана. Изученный материал был применён для вычисления интегралов, в частности для интеграла, используемого в теории вероятности для нахождения характеристической функции случайной величины.

Теорема 1. *Пусть $D \setminus \mathbb{C}$ есть (m+1)-связная область,$m \in N \cup 0$, ограниченная замкнутыми гладкими кривыми. Пусть отображения f голоморфно в области D, за исключением конечного множества $V = z_k : z_k \in D, k \in [1, n] (n \in N)$, и непрерывно в $\overline{D} \setminus V$. Тогда $\int f(z)dz = 2\pi i \sum_{i=1}^{n} \underset{z_k}{res}(z)$*

Литература

1. И. А. Александров "Комплексный анализ"

2. М.А. Лаврентьев, Б.М. Шабат "Методы теории функций комплексного переменного"

Компакты в пространствах $C_p(K,S)$

Королев Д. И.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: dracen658@gmail.com

В данном докладе рассматривается свойство ангельскости пространств $C_p(K,S)$. Доказывается аналог теоремы Гротендика для этих пространств. При этом доказанная теорема является следствием оригинального результата.

Теорема 1. *Пусть K - компакт, удовлетворяющий первой аксиоме счетности, S - прямая Зоргенфрея. A - относительно счетно компактное множество в $C_p(K,S)$ и $\psi \in \overline{A}^{S^K}$. Тогда существуют последовательность $\{f_n\}_{n\in\mathbb{N}} \subset A$ и $f \in C_p(K,S)$ такие, что $f = \psi$ и f - является пределом последовательности $\{f_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ в $C_p(K,S)$.*

Теорема 2. *Пусть K - компакт, удовлетворяющий первой аксиоме счетности, S - прямая Зоргенфрея. A - относительно счетно компактное множество в $C_p(K,S)$. Тогда $\overline{A}$ - компактное множество.*

Из этих двух теорем следует, что если K - компакт, удовлетворяющий первой аксиоме счетности, и S - прямая Зоргенфрея, то пространство $C_p(K,S)$ - является ангельским.

Литература

1. Энегелькинг Р. Общая тополгия. М.: Мир, 1986.

2. Архангельский А. В. Топологические пространства функций. М.: Издательство Московского университета, 1989.

3. J. D. Price A device of R. J. Whitley's applied to pointwise compactness in space of continuous functions. // Proceedings of the London Math. Soc. (3) 23 (1971) 532-546.

Топология Визмана и свойство Кадеца

Малышева В. Л., Гензе Л. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: malysheva_viktoria@mail.ru

Пусть (X, d) — метрическое пространство и $CL(X)$ — семейство всех непустых замкнутых подмножеств X. Если $x \in X$ и $A \in CL(X)$, то положим $d(x, A) = \inf\{d(x, a) \mid a \in A\}$. Если $E \subset X$, то $E^- = \{A \in CL(X) \mid A \cap E \neq \varnothing\}$ и $E^{++} = \{A \in CL(X) \mid \exists \varepsilon > 0,\ S_\varepsilon(A) \subset E\}$, где $S_\varepsilon(A)$ — ε-раздутие A.

Определение 1. ([1]) *Топология Визмана τ_{W_d} на $CL(X)$ — это слабейшая топология на $CL(X)$, относительно которой непрерывны все отображения семейства $\{d(x, \cdot) \mid x \in X\}$.*

Определение 2. ([1]) *Пусть X — ЛНП и $CC(X)$ — семейство всех замкнутых выпуклых подмножеств X. Слайс-топология на $CC(X)$ — это топология, порождённая предбазой, состоящей из всех множеств вида V^- и $(X \setminus B)^{++}$, где V открыто в X, а B замкнуто, выпукло и ограничено в X.*

Определение 3. ([2]) *Пусть $\langle X, \|\cdot\|\rangle$ — ЛНП и $\langle X^*, \|\cdot\|^*\rangle$ — сопряжённое к X. Будем говорить, что норма $\|\cdot\|^*$ имеет w^*-свойство Кадеца, если w^*-сходимость направленности $\{x^*_\sigma\}$ к x^* в X^* и сходимость $\|x^*_\sigma\|^* \to \|x^*\|^*$ влекут сильную сходимость $x^*_\sigma \to x^*$.*

Наша работа посвящена обобщению следующей теоремы:

Теорема 1. ([2]) *Пусть $\langle X, \|\cdot\|\rangle$ — банахово пространство. Следующие условия эквивалентны:*

1) норма $\|\cdot\|^*$ на X^* имеет w^*-свойство Кадеца;

2) топология Визмана, определяемая нормой $\|\cdot\|$, совпадает со слайс-топологией на $CC(X)$;

3) сходимость последовательности в $CC(X)$ относительно топологии Визмана влечёт ее сходимость относительно слайс-топологии для каждого сепарабельного подпространства X.

Литература

1. Beer G. Topologies on closed and closed convex sets. Kluvert Academic Publishers, 1993.

2. Borwein J. and Vanderwerff j. Dual Kadec-Klee norms and the relationships between Wijsman, slice, and Mosco convergence // Michigan Math. J. Volume 41, Issue 2 (1994), 371-387.

Геометрический метод изучения свойств не гомеоморфных отображений

Новик А. В., Малютина А. Н.

Томский государственный университет
e-mail: novik.anastasiia@mail.ru

В этой работе мы продолжаем развивать геометрический метод модулей семейств кривых.

Определение 1. *Сферический модуль семейства* Γ *определим по формуле* $M_\alpha = inf \int_{R^n} p^\alpha d\sigma_x$, *,где* $d\sigma_x = \frac{dx}{(1+|x|^2)^n}$ *и inf берется над классом всевозможных метрик* $p \wedge \Gamma$.

Доказаны свойства модулей семейств кривых и приведены примеры в [1].

Теорема 1. *Пусть* $D,D' \subset R^n$ *- области,* $f : D \to D'$ *- отображение с* $K^*_{0,s}$ *усредненной характеристикой,* $s > 1$*. Пусть* $A \subset D$ *- борелевское множество такое, что* $N(f, A) <\infty$ *. Тогда существует ограниченная, неотрицательная, аддитивная, абсолютно непрерывная функция* $\Phi^*_{0,s}$ *борелевских множеств в* D *такая, что для любого семейства кривых* $\Gamma \subset A$ *выполнено неравенство* $M^s_n \leq N^{s-1}(f, A)\Phi^*_{0,s}(A)M^{(s-1)}_{ns/(s-1)}(f\Gamma)$*, где* $\Phi^*_{0,s}(A) = \int_A K^s_0(x, f)/J(x,f)/d\sigma_x$.

Литература

1. А.В. Новик., А.Н. Малютина. Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского / Казанское математическое общество. Теория функций, её приложений и смежные вопросы // Материалы Тринадцатой Казанской летней научной школы - конференции. - Казань: Издательство Казанского математического общества, Изд-во Академии наук РТ, 2017. - Т.54. - 420 с.

2. Решетняк Ю.Г. Пространственные отображения с ограниченным искажением. Новосибирск: Наука, 1982.

Гамма-функция

Ракитин А. В.

Национальный исследовательский Томский государственный университет
e-mail: tuc25@mail.ru

В конце XVII начале XVIII веков, многие ученые ставили перед собой задачу распространения факториала на дробные числа. Впервые определение гамма-функции ввел Л. Эйлер. В частности, гамма-функция используется для обобщения понятия факториала на множества действительных и комплексных значений аргумента.

Целью работы является изучение гамма-функции, ее интегрального представления и свойств.

Определение 2. *Гамма-функцией называется функция*

$$\Gamma(z) = \frac{e^{-Cz}}{z}\prod_{k=1}^{\infty}\frac{e^{\frac{z}{k}}}{(1+\frac{z}{k})}, \forall z \in \mathbb{C}\{0,-1,-2,...\}$$

На данный момент гамма-функция находит очень широкое применение в прикладном анализе. С помощью гамма- функции решаются задачи механики, физики, астрофизики, атомной физики и т.д. Так же огромную роль играет для вероятностно-статистического аппарата.

В ходе исследования рассмотрены основные определения комплексного анализа для решения задачи, представленной в работе. Так же определение гамма-функции, ее основные свойства и интерполяция интеграла.

Литература

1. Александров И. А. А46 Теория функций комплексного переменного: Учебник. -Томск: Томский Государственный Университет, 2002. - 510 с.

Дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами, приводимые к уравнениям с постоянными коэффициентами

Сергеев Д. А., Соколов Б. В.

Томский Государственный Университет
e-mail: d.sergow@gmail.com

В работе рассматриваются линейные однородные дифференциальные уравнения вида:

$$y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + ... + p_{n-1}(x)y' + p_n(x)y = 0.$$

Поскольку линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами всегда интегрируются в элементарных функциях при нахождении корней характеристического уравнения, то, соответственно, возникает вопрос, можно ли уравнение с переменными коэффициентами привести к уравнению с постоянными коэффициентами.

Доказывается, что если такое приведение возможно, то оно осуществляется заменой независимой переменной вида:

$$t = \psi(x) = C\int \sqrt[n]{p_n(x)}dx,$$

где C-const.

Ниже рассмотрим линейное уравнение Чебышева:

$$(1 - x^2)y'' - xy' + n^2y = 0$$

Такое уравнение приводится к уравнению с постоянными коэффициентами при помощи подстановки t=arccos(x) или x=cos(t). Таким образом, уравнение сведется к данному виду:

$$y'' + n^2y = 0,$$

что собственно и является линейным однородным уравнением с постоянными коэффициентами.

Литература

1. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений – Издательство «Высшая школа» Москва -1967, ГЛ. VII С. 423-429

2. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения - Издательство «Высшая школа» Москва -1976, С. 259-264

Формула Пуассона на классах отображений с симметрией переноса

Хабарова Е. Л.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: flo-00@mail.ru

В работе рассмотрен класс $X_{2\pi,2\pi\lambda}$ голоморфных и однолистных в верхней полуплоскости отображений с симметрией переноса вдоль вещественной оси, непрерывно продолжаемых на вещественную ось и удовлетворяющих следующим условиям:

$$f(z+2\pi k) = f(z) + 2\pi\lambda k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad \lambda \in \mathbb{R}\backslash\{0\},$$
$$\lim_{\mathrm{Im}z \Rightarrow +\infty} (f(z) - \lambda z) = A, \quad A \in \mathbb{C}.$$

Для этого класса доказана формула Пуассона

$$\mathrm{Im} f(z) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} \mathrm{Im}\,\mathrm{ctg}\frac{x-z}{2} \mathrm{Im} f(x) dx + \lambda \mathrm{Im} z.$$

Аналогичная формула доказана для класса $X_{2\pi\mu,2\pi}$ голоморфных и однолистных в верхней полуплоскости отображений с симметрией переноса вдоль вещественной оси, непрерывно продолжаемых на вещественную ось и удовлетворяющих следующим условиям:

$$f(z+2\pi\mu k) = f(z) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad \mu \in \mathbb{R}\backslash\{0\},$$
$$\lim_{\mathrm{Im}z \Rightarrow +\infty} \left(f(z) - \frac{1}{\mu} z\right) = A, \quad A \in \mathbb{C}.$$

Литература

1. Копанева Л.С. Геометрические и экстремальные задачи для отображений с симметрией переноса : дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук / Л.С. Копанева. - Томск: Томский государственный университет, 2003. - 85 с.

2. Бакчанина Е.М. Об отображениях на некоторых конкретные счетноугольники : ВКР бакалавра / Е.М. Бакчанина. - Томск, 2016. - 25 с.

3. Александров И.А. Теория функций комплексного переменного: Учебник. / И.А. Александров. - Томск: Томский государственный университет, 2002. - 510 с.

Метод продолжения по параметру комплексного переменного

Шевцов А. А., Садритдинова Г. Д.

Томский Государственный Университет
e-mail: Monarhach@gmail.com

В данной работе основным объектом исследования является метод продолжения по параметру комплексного переменного.

Этот метод позволяет получить большее количество результатов в теории однолистных отображений. В данной работе было получено частное решение дифференциального уравнения Лёвнера:

$$-\xi\frac{\mu(\tau)+\xi}{\mu(\tau)-\xi}=\frac{d\xi}{d\tau}$$

с начальным условием $\phi = \frac{\pi}{2}$ и управляющей конструкцией, равной i.

Литература

1. И. А. Александров "Методы геометрической теории аналитических функций"// Томский Государственный Университет, 2001

2. И. А. Александров "Теория функций комплексного переменного"// Томск, 2002

СЕКЦИЯ

ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ: ФИЗИЧЕСКОЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Компьютерное моделирование напряженно-деформированного состояния в области Енисейского кряжа

Ахметов А. Ж.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: ayan.akhmetov93@gmail.com

Енисейский кряж представляет интерес ввиду нахождения богатейших запасов золота и других полезных ископаемых. В годы СССР там проводились крупные геологические исследования с помощью метода глубинного сейсмического зондирования, на основе которых был выполнен проект «Батолит».

Первым этапом проведения численного анализа предусматривается определние равновестного состояния полей деформаций и напряжений. Для этого была построена двумерная геометрическая модель вертикального сечения Енисейского кряжа на основе профиля «Батолит» протяженностью 300 км и глубиной 60 км. Были определены границы раздела слоёв осадочных, магматических и метаморфических пород, а также границы Мохо. Физические свойства выделенных слоёв были заданы по данным ГСЗ, а также статьи [1]. Расчёты проведены конечно-разностным методом в двумерной постановке в условиях плоской деформации с применением упругопластической модели Николаевского [2].

Исследования показали, что максимальные значения неупругой деформации наблюдаются на глубине порядка 45 км, так как происходит переход структуры от метаморфической породы к верхней мантии. В верхних слоях земной коры наблюдаем самые минимальные значения давления, затем, с увеличением глубины, значения давлений увеличиваются, но неоднородно вследствие учета слоистой структуры геосреды.

Литература

1. Структура и напряженно-деформированное состояние литосферы Байкальской рифтовой зоны в модели гравитационной неустойчивости / С.В. Гольдин [и др.]// Журнал «Геология и геофизика». – 2006. – Т.47, №10. – С.1094-1105.

2. Николаевский В. Н. Механические свойства грунтов и теория пластичности // Механика твёрдых деформируемых тел // Итоги науки и техники. – 1972. – Т.6. – С.5-85.

Свободная конвекция степенной жидкости в замкнутой полости с локальным источником энергии *

Бондаренко Д. С., Шеремет М. А.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: whiteink@bk.ru

Свободная конвекция неньютоновских жидкостей в прямоугольных полостях реализуется в различных технических приложениях, таких как бурение нефтяных скважин, производство целлюлозной бумаги, пищевая промышленность и полимерная инженерия. Псевдопластические жидкости используются в компактных теплообменниках или электронных модулях в качестве охлаждающей среды [1, 2]. Целью настоящей работы является математическое моделирование свободно-конвективного теплопереноса в замкнутой полости, заполненной неньютоновской степенной жидкостью, при наличии локального изотермического источника энергии.

В настоящей работе моделируются режимы свободной конвекции степенной жидкости в замкнутой квадратной полости с изотермическими охлаждающими вертикальными стенками при наличии нагреваемого элемента с постоянной температурой, расположенного на нижней стенке полости. Горизонтальные стенки полости считаются теплоизолированными. Для описания течения и теплопереноса внутри полости используются нестационарные дифференциальные уравнения в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность – температура»:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-\omega \qquad (1)$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\omega}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\omega}{\partial Y}=\left(\frac{Ra}{Pr}\right)^{\frac{n-2}{2}}\left[\nabla^2(\overline{\mu}\omega)+S_\omega\right]+\frac{\partial\theta}{\partial x} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\theta}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial y}=\frac{1}{\sqrt{Ra\cdot Pr}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right) \qquad (3)$$

Здесь

$$\overline{\mu}=[4(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y})^2+(\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2})^2]^{\frac{n-1}{2}},$$

*Работа выполнена в рамках реализации проекта Российского научного фонда, соглашение № 17-79-20141.

$$S_\omega = 2[\frac{\partial^2 \overline{\mu}}{\partial x^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overline{\mu}}{\partial y^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 \overline{\mu}}{\partial x \partial y}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y}].$$

Следует отметить, что для описания неньютоновского характера течения применяется степенной закон Оствальда-де-Вилла [1, 2]: $\tau_{ij} = 2\mu_{eff} D_{ij} = 2K(2D_{kl}D_{kl})^{\frac{n-1}{2}} D_{ij}$.

Для решения поставленной задачи использовался метод конечных разностей совместно с локально-одномерной схемой А.А. Самарского [3]. Разработанный программный код был протестирован на множестве модельных задач, а также проанализирован на сеточную сходимость.

В результате численного анализа были установлены распределения изолиний функции тока и температур, отражающие влияние числа Рэлея и показателя поведения степенной жидкости на структуру течения и теплоперенос. Установлено влияние определяющих комплексов на интенсивность теплоотвода от источника энергии.

Литература

1. Khezzar L. Natural convection of power law fluids in inclined cavities / L. Khezzar, D. Siginer, I. Vinogarov // International Journal of Thermal Sciences. – 2012. – Vol. 53. – Pp. 8-17.

2. Sojoudi A. Steady natural convection of non-Newtonian power law fluid in a trapezoidal enclosure/ Sojoudi A., Saha S.C., Gu Y.T., Hossian M.A. // Advances in Mechanical Engineering. – 2003. – Vol. 5. Article ID 653 108. – P. 8.

3. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.

О переходе от задачи взаимодействия молекул природного газа с отдельной нанотрубкой к взаимодействию с ячейкой из четырех нанотрубок

Борсук А. С., Тарасов Е. А.

ТГУ, Томск
e-mail: diomedis@mail.ru

В работах [1, 2] показано, что при описании взаимодействия наночастиц на основе углерода, таких аллотропных модификаций как углеродные нанотрубки, фуллерены и графен, с молекулами – компонентами природного газа, можно выделить два подхода в описании этого взаимодействия: континуальный и дискретный. В рамках решения задачи о движении молекулы в поле потенциала открытой нанотрубки в работе [3] определено, что в нанотрубках небольшого радиуса сорбционная зона во внутренней области обладает большим потенциалом сорбции, чем зона вне трубки.

Результаты моделирования В данной работе представлено сравнение сорбционной области отдельной нанотрубки, а так же её селективной способности относительно компонентов природного газа и элементарной ячейки материала, которая была представлена системой из четырех нанотрубок. В данной статье приведены результаты численного моделирования этих объектов.

Литература

1. Жаровцев В.В., Маслов А.С., Овчаренко В.В., Тарасов Е.А., Ямкин А.В. Проницаемость системы из двух наночастиц // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 8-2. С. 138-141.

2. M.A. Bubenchikov, A.I. Potekaev, A.M. Bubenchikov, O.V. Usenko, A.V. Malozemov, E.A. Tarasov The interaction potential of an open nanotube and its permeability: Molecular dynamics simulation // EPJ Web of Conferences, Volume 110, 23 February 2016, Article number 01061.

3. E.A. Tarasov Interaction Potential of Open Carbon Nanotube with Natural Gas Molecular Components // Key Engineering Materials, Volume 685, 2016, Pages 534-538.

Вычислительная компьютерная модель кластерной структуры армирования композитов

Васькина А. Э., Сидоренко Ю. Н.

ТГУ, г. Томск
e-mail: avaskina444@gmail.com

В современном мире очень востребованы композиционные материалы (КМ), так как становится возможным создание материала с заданными свойствами. Реальная структура композита является неоднородной, возникает необходимость её изучения, что заключает в себе описание параметров неоднородности структуры и их численное определение. Для этого предлагается ввести понятие кластера включений [1].

Для группирования включений по кластерам используется формула, которая определяет принадлежность включений к кластеру:

$$l = z * d,$$

где z - управляющий параметр, позволяющий допускать наличие связи между соседними включениями и определять расстояние между ними, d - диаметр включения.

Описание неоднородности структуры КМ производится с помощью S_c - связность кластера, определяемая формулой:

$$S_c = \frac{m}{n},$$

где m - число связей между включениями кластера, n - число включений в кластере.

В качестве одного из параметров структуры композита можно рассмотреть связность структуры, которая рассчитывается по формуле:

$$S_d = \sum_{i=1}^{q} \frac{S_c i}{q}.$$

Разработана методика оценки связности структуры армирования композиционного материала. В работе была исследована зависимость связности от управляющего параметра при разных типах неоднородности структуры армирования. Предложенный параметр (связность структуры) может рассматриваться как характеристика степени неоднородности структуры армирования композита, обусловленное кластерным строением.

Литература

1. Воронцов К.В. Алгоритмы кластеризации и многомерного шкалирования. Курс лекций. МГУ, 2007.

Численный анализ характеристик теплообмена при радиационно-конвективном нагреве конуса затупленного по сфере

Гаар С. А., Якимов А. С., Ефимов К. Н., Овчинников В. А.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, город Томск
e-mail: yakimovas@mail.ru, gaar-94@mail.ru

В данной научной работе даётся численный анализ процесса нестационарного теплообмена в композиционном материале при действии лазерного излучения умеренной интенсивности на основе тепловой модели разрушения теплозащитного покрытия конической части тела. При многократном импульсном воздействие получаются различные режимы термохимического разрушения покрытия из углепластика и графита В-1 конической части тела. В следствии, чего получено, что в экранировке лазерного излучения продуктами термохимического разрушения углепластика определяющую роль на начальном этапе взаимодействия излучения с телом играют газообразные продукты пиролиза и частицы конденсированной фазы.

Теплообмен закрученного потока диссоциирующего газа

Горбатов Д. А., Матвиенко О. В.

Томский Государственный Университет г.Томск e-mail: Trellini@yandex.ru

Исследование теплообмена при течении в каналах химически реагирующих теплоносителей является в настоящее время одной из важных проблем конвективного теплообмена [1, 2].

Для описания структуры потока используются двумерные осесимметричные уравнения Рейнольдса [3, 4]. Исследования характеристик турбулентности осуществлялось с использованием модели Джонса – Лаундера. При моделировании теплопереноса и химического реагирования используются уравнение теплопроводности и диффузии реагента с учетом протекающей в потоке реакции.

Рассмотрим результаты численного исследования влияния закрутки на теплообмен эндотермически реагирующего потока. На начальном участке течения с увеличением интенсивности закрутки наблюдается понижение температуры в пристеночной области и увеличение температурного градиента на стенке. На участке, где силы трения начинают преобладать над центробежными, распределение температуры в сечении становится более равномерным, среднерасходная температура увеличивается, а тепловой поток от стенки уменьшается. С увеличением интенсивности закрутки на участке значительного преобладания центробежных сил происходит увеличение коэффициента теплоотдачи, на участке вырождения закрутки – уменьшение. Повышение эффективности использования закрученных потоков связано с увеличением области с преобладанием центробежных сил.

Литература

1. Нестеренко В.Б. Тверковкин Б.Е. Теплообмен в ядерных реакторах с диссоциирующим теплоносителем. Минск: Наука и техника, 1980.

2. Дик И.Г., Матвиенко О.В. Теплообмен в закрученном потоке при наличии эндотермической реакции. Теплофизика Высоких Температур, 1990, N 2, С. 190-191.

Моделирование деформационного поведения монокристаллов титана с различной ориентацией *

Емельянова Е. С.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: emelyanova_es13@mail.ru

Процессы деформации в материалах протекают на разных масштабных уровнях, и поведение материалов во многом определяется внутренней структурой. Один из перспективных подходов к моделированию поведения материалов под нагрузкой предполагает введение внутренней структуры в явном виде. Таким образом учитываются механизмы деформации на микро- и мезоуровнях, а макроскопический отклик определяется путем осреднения на более мелких масштабах. Ключевой проблемой математического моделирования в рамках такого подхода является построение моделей, реалистично описывающих деформационное поведение структурных элементов.

Известно, что для таких металлов как титан, у которых свойства существенно зависят от ориентации кристаллической решетки относительно оси нагружения, на уровне отдельных зерен необходим учет анизотропии упруго-пластических свойств. Для этого в настоящей работе на основе физической теории пластичности кристаллов разработана модель деформационного поведения монокристаллов титана с различными кристаллографическими ориентациями относительно оси нагружения. Расчёт одноосного нагружения модельного монокристалла проводился в трёхмерной постановке с использованием конечно-элементного пакета ABAQUS/Explicit. Показано, что результаты согласуются с аналитическими данными, полученными согласно закону Шмида.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю Романовой В.А. за полезные дискуссии и ценные замечания.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 17-08-00643.

Исследование локализации пластической деформации на стадии линейного деформационного упрочнения металлов *

Жармухамбетова А. М., Баранникова С. А.

Томский государственный университет, г.Томск
ИФПМ СО РАН, г.Томск
e-mail: zharmukhambetova@gmail.com

В данной работе исходя из экспериментально обнаруженных макроскопических закономерностей эволюции картин локализации деформации выявлена непосредственная связь между решеточными характеристиками и закономерностями локализованного пластического течения. Было обнаружено явление генерации медленных периодических процессов нескольких типов при использовании техники двухэкспозиционной спекл-фотографии для исследования квазистатической пластической деформации растяжением металлов и сплавов с разной структурой (размер зерна и т. п.). Это позволило считать, что установленные в ходе экспериментов закономерности являются общими для процесса пластической деформации в целом.

Анализ экспериментальных данных показал, что

$$\langle\frac{\lambda * V_{aw}}{\chi * V_t}\rangle = \langle\frac{\lambda/\chi}{V_t/V_{aw}}\rangle = \langle\widehat{Z}\rangle \tag{1}$$

где $\langle\widehat{Z}\rangle$=0.48±0.04 .Соотношение (2), названное упругопластическим инвариантом деформации, количественно связывает характеристики упругих волн (χ и V_t) с характеристиками распределений локализации пластического течения (λ и V_{aw}), объединяя тем самым упругую ($\varepsilon \ll 1$) и пластическую ($\varepsilon \approx 1$) деформации, одновременно развивающиеся в твердом теле. Также было установлено, что зависимость Q($\widehat{Z}$) в координатах Q – $\widehat{Z}$, действительно имеет линейный характер, что подтверждает гипотезу: величины $\widehat{Z}$ распределены по нормальному закону.

Таким образом, упругопластический инвариант деформации есть правило, универсально пригодное для описания процессов пластического течения материалов при растяжении независимо от их при-

*Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Государственной академии наук в 2013-2020 гг.

роды и микромеханизмов пластической деформации на стадиях линейного упрочнения.

Сравнение численного и аналитического решения для задачи Бакли-Леверетта

Какышев М. М., Диль Д. О.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: merjankakishev@mail.ru

При добыче нефти основным способом разработки месторождения является вытеснение нефти водой или газом. В том случае, когда поверхностное натяжение между жидкостями мало и капиллярным давлением, а также влиянием силы тяжести можно пренебречь, процесс вытеснения допускает математическое описание, впервые предложенное американскими исследователями С. Баклии, М. Леверетом [1]. В данной работе рассматривается задача вытеснения нефти водой, когда процесс вытеснения происходит в прямолинейном тонком горизонтальном образце, у которого пористость и проницаемость постоянны.

В ходе решения задачи представлено численное и аналитическое решение задачи двухфазной фильтрации в недеформируемом пласте, численное решение получено методом контрольного объёма [3]. Решение нелинейных дискретных уравнений осуществлялось итерационным методом Ньютона [1]. В итоге было установлено, что численное и аналитическое решение имеет максимально близкие значения.

Из полученных результатов следует, что полученным численным подходом можно пользоваться в нефтяной и газовой промышленности для расчета эффективных фильтрационных характеристик вытеснения нефти водой.

Литература

1. Басниев К.С. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов/К.С. Басниев, И. Н.Кочина, В. М. Максимов - М.: Недра, 1993. - 416 с.

2. Nicolaevskij V.N. Mechanics of Porous and Fractured Media/V. N. Nicolaevskij –Singapore: World Scientific, 1990 - 472 p.

3. Диль Д.О., Бубенчиков А.М. Двухфазная фильтрация в трубе, заполненной пористым материалом. Вестник ТГУ. 2013. № 5 (25). С. 45-51

Экспериментальное исследование спектра пульсаций температуры в пламени при горении некоторых горючих материалов

Лоенко Н. С., Лобода Е. Л.

Томский Государственный Университет,Томск
e-mail: neka_96@mail.ru

В представленной работе приведены результаты экспериментальных исследований спектра пульсации температуры в пламени, образующемся при горении некоторых жидких углеводородных топлив и растительных горючих материалов.

Эксперименты проводились в лабораторных условиях. Интенсивность ИК-излучения пламени и распределение температуры регистрировалось при помощи тепловизора JADE J530SB с узкополосным дисперсионным оптическим фильтром F0616 со спектральным интервалом 2,5-2,7 мкм, позволяющим измерять температуру в диапазоне 583-1773 К с погрешностью измерений не превышающей 1% и частотой регистрации 50 кадров/с. Дополнительно температура в пламени контролировалось при помощи термопар типа ХА с диаметром спая 250 мкм. Данные термопар использовались для подбора эффективного коэффициента излучения пламени. Выбор оптического фильтра производился на основании анализа спектров излучения пламени и рекомендаций [1].

В результате исследований установлено, что в спектре температуры присутствуют характерные частотные максимумы в диапазоне 2-7 Гц, аналогично приведенным в работе [2]. Вид спектра пульсаций температуры в пламени для каждого вида топлив различен. Наличие характерных для каждого вида топлива частот в спектре пульсаций температуры обусловлено режимом горения, размерами температурных неоднородностей в пламени, которые связаны с режимом течения в нем и с масштабами турбулентности.

Литература

1. Лобода Е.Л., Рейно В.В., Агафонцев М.В. Выбор спектрального интервала для измерения полей температуры в пламени и регистрации экранированных пламенем высокотемпературных объектов с применением методов ИК-диагностики // Известия вузов. Физика. 2015. Т. 58, № 2. С. 124–128.

2. Лобода Е.Л., Рейно В.В. Влияние коэффициента излучения пламени на измерение температур ИК-методами при горении лесных и степных горючих материалов при различном влагосодержании. Частотный анализ изменения температуры // Оптика атмосферы и океана, 2011, № 11. С. 1002-1004.

Распространение продольных волн в жаропрочных никелевых сплавах с кубической симметрией свойств в направлениях 001 и 111

Майер Я. В., Кривошеина М. Н.

e-mail: fkmaf12345@sibmail.com

Разработка материалов на основе металлических монокристаллов создает большие возможности не только для повышения эксплуатационных параметров изделий, работающих в экстремальных условиях, но и позволяет существенно увеличить температурно-временную стабильность и долговечность работы. Эффект анизотропии у монокристаллов дает дополнительные возможности для управления свойствами наряду с легированием, термомеханической обработкой и различного рода внешними воздействиями. С помощью численного моделирования получены волновые картины деформирования преград из жаропрочного никелевого сплава V поколения ВЖМ8 при их ударном нагружении алюминиевым ударником со скоростью 212 м/с. Получены профили скоростей тыльной поверхности преграды для случаев нагружения в направлениях кристалла 001 и 111.

Литература

1. Р. Кристенсен. Введение в механику композитов//Мир. М. 1982, 336 с.

2. С.Г. Лехницкий. Теория упругости анизотропного тела// Изд. 2-е, Главная редакция физико-математической литературы издательства Науки. М,1977, 416 с.

Численное моделирование механического поведения пористой керамики на мезоуровне

Микушина В. А.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: mikushina_93@mail.ru

Целью работы является численное исследование особенностей деформации и разрушения на мезоуровне в условиях одноосного сжатия керамики на основе Al_2O_3 с бимодальным распределением пор. На основе данных приведенных в статье [1], составлены геометрические модели структуры пористых мезообъемов. В этих моделях явным образом учтены крупные поры размером порядка 100 мкм, а поры мелкого масштаба учтены неявно через эффективные механические свойства каркаса.

Численное моделирование механического поведения мезообъемов пористой керамики на основе Al_2O_3. проводилось с использованием конечно-разностного метода. Для описания механического отклика пористых керамических материалов использована математическая модель упруго-хрупко-пластической повреждаемой среды [2].

По результатам проведенных расчетов было проанализировано влияние структуры пористой керамики на характер локальных разрушений в мезообъемах материала, а также на макроскопическую диаграмму деформирования. Кроме этого, было исследовано влияние на получаемые картины разрушения и деформационный макроскопический отклик разных критериев разрушения, использованных в расчетах. Были рассмотрены три критерия, основанные на предельных значениях накопленных неупругих деформаций, главных растягивающих напряжений и поврежденности.

Литература

1. Григорьев М.В., Савченко Н.Л., Буякова С.П., Кульков С.Н. Неупругое поведение при сжатии керамики с иерархической поровой структурой // Письма в ЖТФ. – 2017. – Т. 43., Вып. 15. – С. 79–86.

2. Макаров П.В., Смолин И.Ю., Стефанов Ю.П., Кузнецов П.В., Трубицын А.А., Трубицына Н.В., Ворошилов С.П., Ворошi-

лов Я.С. Нелинейная механика геоматериалов и геосред. – Новосибирск: Академич. изд-во «Гео», 2007. – 235 с.

Численное моделирование деформирования полимерных композитов, армированных стекловолокном при динамическом нагружении

Негматов М. М., Кривошеина М. Н.

Томский Государственный Университет
e-mail: mohsen-199704@mail.ru

Развитие современных технологий требует создания различных новых изделий из полимерных материалов, обладающих, кроме высоких технологических и эксплуатационных характеристик, способностью сохранять свои свойства при воздействии различных деструктивных факторов.Композиционные материалы, в особенности армированных стекловолокном,представляют собой гетерогенные системы, обладающие ярко выраженной анизотропией свойств, как в отношении деформации, так и в отношении прочности. В условиях нагружений на их процесс деформирования влияет их сложное строение, которое выражается в том, что упругие свойства определяются шестью независимыми упругими постоянными. При динамическом нагружении такие материалы имеют различные скорости распространения продольных волн в различных осях симметрии материала. В настоящей работе МКЭ в трехмерной постановке моделируется ударное нагружение преграды из полимерных композитов, армированных стекловолокном. Проведено сравнение результатов, полученных численно и в натурных экспериментах.

Литература

1. Р. Кристенсен. Введение в механику композитов//Мир. М. 1982,336с.

2. С.Г. Лехницкий. Теория упругости анизотропного тела// Изд. 2-е, Главная редакция физико-математической литературы издательства Науки. М,1977, 416с.

Расчет проницаемости системы ориентированных углеродных трубок

Промзелева Д. А., Бубенчиков М. А.

ТГУ ММФ, Томск
e-mail: dashka140796@email.ru

В последние годы мембранные технологии разделения газов получают все большее признание со стороны разработчиков промышленных технологий. Предполагается, что в будущем они успешно заменят криогенную дистиляцию. В мембранах процессы разделения идут на молекулярном уровне, а движение молекул происходит через поры наноскопического размера. Именно такие поры являются селективными для многих газовых смесей. Большой проблемой является переход от индивидуального описания в движении молекул к макростатическим газового разделения.

В настоящей работе рассмотрена возможность применения системы ориентированных нанотрубок в качестве мембраны для разделения газов. Технологии получения таких систем вполне доступны, поскольку в этом случае трубка попадает в потенциальные ямы смежных с ней трубок и находится там в устойчивом состоянии. Если трубки закрыты, то получившаяся система имеет прямолинейные треугольные туннели, расположенные в межтрубном пространстве. Если имеются открыты трубки, то каждая из них сама является туннелем и селективной порой одновременно. В настоящей работе построена статическая модель нанопористого углеродного материала, составленного трубками стандартного размера.

Далее проводится набор статистики по прохождению молекул через структуру с цельюполучить приемлимую величину проницаемости исследуемой структуры.

Литература

1. Ahmad Fauzi Ismail, Kailash Chandra Khulbe, Takeshi Matsuura. Gas Separation Membranes: Polymeric and Inorganic. Springer. 2015

2. Xiuchao Yao, Xuechen Kou, Jun Qiu. Multi-walled carbon nanotubes/polyaniline composites with negative permittivity and negative permeability. Carbon. Volume 107. October 2016. Pages 216-267

3. Bubenchikov M. A., Potecaev A.I., Bubenchikov A. M., Malozemov A. V., Tarasov E. A. The interaction potential of an open nanotube and its permeability: Molecular dynamic simulation 2016, EPJ Web of Conferences/ Scopus, WoS, SJR 0.142. 23 February 2016, Volume 110, Article number 01016.

Моделирование деформации сварных соединений алюминиевых сплавов *

Сергеев М. В.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: sergeevmaximv@gmail.com

Одним из перспективных способов соединения металлов является сварка трением с перемешиванием. Этот метод обладает рядом преимуществ в сравнении с традиционными методами сварки и широко применяется для соединения алюминиевых сплавов, используемых в авиа- и кораблестроении, а также в аэрокосмической промышленности. Поскольку конструкционные материалы в таких приложениях подвергаются различным термомеханическим воздействиям, актуальной проблемой является изучение динамического деформационного поведения алюминиевых сплавов в зоне сварного шва.

Для учета влияния температуры и скорости нагружения в настоящей работе на основе модели Немата-Нассера и Гуо разработана термомеханическая модель деформирования алюминиевого сплава 6061-T6. Моделирование деформационного поведения сплава при различных температурах и скоростях нагружения проводилось в трёхмерной постановке с использованием конечно-элементного пакета ABAQUS/Explicit. Результаты моделирования согласуются с данными, полученными при решении обыкновенного дифференциального уравнения в среде Delphi, а также с экспериментальными данными.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю Балохонову Р.Р. за полезные дискуссии и ценные замечания.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 16-01-00469.

Коротационные производные при численном моделировании ударного нагружения твердых тел на примере алюминиевого сплава Д16 *

Стребкова Е. А., Кривошеина М. Н.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: KateKS93@mail.ru

Применение коротационных производных позволяет устранять добавочное напряжение в твердом теле, которое возникает при повороте элементов как жесткого целого [1]. С другой стороны, применение некоторых производных приводит к накоплению ошибки в значениях напряжения в каждом цикле нагружения, включающем в себя возвращение в ненапряженное состояние [1, 2]. Это является особенно важным для моделирования многократным циклическим нагружением элементов конструкций. В случае моделирования ударного нагружения твердых тел волновая картина деформирования характеризуется 2-3 кратным прохождением волн сжатия и растяжения по элементу конструкции, прохождение 4 и последующих волн, как правило, не вносят дополнения в процесс деформации [3]. Применение коротационных производных Яуманна, Грина-Нахди вносят различный уровень ошибок при определении значений напряжения [1,2]. Приведены расчеты максимальных величин ошибок компонент тензора напряжений за 3 цикла прохождения волн сжатия и растяжения в элементе конструкции из алюминиевого сплава Д16.

Литература

1. Трусов П.В., Кондратьев Н.С., Швейкин А.И О геометрически нелинейных определяющих соотношениях упругого материала // Вестн. Перм. политехн. ун-та. Механика. – 2015. – №3. – С. 182–200.

2. Meyers A., Xiao H., Bruhns O. Elastic stress ratchetting and corotational stress rates // Tech. Mech. - 2003. - B. 23. - H. 2 - 4. - S. 92 - 102.

3. Белов Н.Н. Динамика высокоскоростного удара и сопутствующие физические явления. – Томск: STT, 2005. - 356 с.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 18-31-00278.

Влияние огнезащитных составов на воспламеняемость древесины в результате воздействия горящих частиц

Тараканова В. А., Касымов Д. П.

Томский Государственный университет, Томск
e-mail: veronika.tarakanova@mail.ru

Целью данной работы является получение данных поведения и огнестойскости образцов древесины (сосна и ель) в результате воздействия потока горящих частиц в зависимости от их количества, размера, от типа древесины и от типа огнезащитного состава.

Эксперименты проводились в лабораторных условиях на модернизированной установке, позволяющей проводить исследования по зажиганию горящими частицами напочвенного покрова [1]. Схема установки и методика проведения эксперимента представлены в работе [2].

Влияние огнезащитного покрытия исследовалось на примере средств: огнезащитная пропитка с антисептическим эффектом для древесины «Pirilax-Classic», средство защитное для древесины «СЕНЕЖ ОГНЕБИО ПРОФ», а также огнезащитный состав «МИГ-09». В качестве технологии пропитки использовался метод поверхностной пропитки, обеспечивающий 2 группу огнестойкости.

Были исследованы условия зажигания образцов древесины в результате теплового воздействия тлеющих частиц веток сосны. Определены вероятность воспламенения, а также задержки зажигания древесины в зависимости от размера и количества горящих частиц, от типа огнезащитного средства и наличия воздушного потока в зоне падения частиц.

Литература

1. Filkov A., Kasymov D., Zima V., Matvienko O. Experimental investigation of surface litter ignition by bark firebrands / AIP Conference Proceedings 1698, 060004 (2016). doi: 10.1063/1.4937859.

2. D.P. Kasymov, A.A. Paletsky, M.V. Agafontsev Small-scale investigation of the fire hazard characteristics of wood samples due to the different type of thermal impact while forest fires / 9th INTERNATIONAL SEMINAR ON FLAME STRUCTURE Novosibirsk, Russia (July 10–14, 2017). Book of Abstracts. p. 51.

Течение жидкости Сиско в цилиндрической трубе

Федоров Р. В., Матвиенко О. В.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: Fedo.R.oman@mail.ru

Развитие химических технологий делает актуальными задачи исследования закономерностей течения неньютоновских сред [1]. Целью настоящей работы является исследование установившегося течения псевдопластической жидкости, описываемой моделью Сиско.

Проведенные исследования показали, что при значениях числа Сиско $S_i < 500$ неньютоновские свойства течения можно не учитывать. Для $S_i < 500$ коэффициент гидравлического сопротивления жидкости Сиско превышает коэффициент сопротивления ньютоновской жидкости с вязкостью μ_∞ , движущейся под тем же перепадом давления. В периферийной и пристеночной части течения эффективная вязкость характеризуется низкими значениями. В окрестности оси наблюдается значительный рост значений эффективной вязкости. С увеличением скорости сдвига происходит уменьшение эффективной вязкости.

Литература

1. Матвиенко О. В., Базуев В. П., Южанова Н. К. Математическое моделирование течения закрученного потока дилатантной жидкости в цилиндрическом канале. Инженерно-Физический журнал. 2014. Т. 87, № 1. С. 192–199

Численное моделирование движения воды и нефти в пористой среде

Хохряков В. К., Диль Д. О.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: vyacheslav_hohryakov@bk.ru

В работе рассматривается одномерный пористый пласт, в который под давлением подается вода для вытеснения нефти.

Математическая модель одномерной двухфазной фильтрации строится на основе законов сохранения массы и импульса. В качестве закона сохранения импульса для каждой из фаз используется обобщенный закон Дарси [1]. Относительные фазовые проницаемости каждой из фаз и капиллярное давление представляют собой функции, зависящие от влагонасыщенности.

Система уравнений в частных производных преобразуется в систему нелинейных алгебраических уравнений относительно давления нефти и влагонасыщенности с помощью метода конечных объемов. Нелинейные уравнения решаются методом Ньютона, а системы линейных уравнений с помощью блочного метода Гаусса-Зейделя [2].

В ходе численного решения математической модели определяется, давление в пласте и насыщенность каждой из фаз в любой момент времени. Результаты численного решения обработаны и представлены в виде графиков.

Литература

1. Басниев В.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика. – М. Ижевск: Институт компьютерных исследований,2005.544с.

2. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Пер. с англ. М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. 56-74с.

Экспериментальное исследование воздействия на древесину горящих и тлеющих частиц, образующихся в результате природного пожара

Чечеков А. Ю., Касымов Д. П.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: andrei _chechekov@mail.ru

Известно, что основными механизмами, влияющими на распространение природных пожаров и последующее воспламенение ими жилых построек, являются радиационный и конвективный перенос тепла от пламени и транспорт горящих частиц. В представленной работе приведены результаты экспериментальных исследований воздействия на древесину горящих и тлеющих частиц, образующихся в результате природного пожара.

Эксперименты проводились в лабораторных условиях на модернизированной установке, позволяющей проводить исследования по зажиганию горящими частицами напочвенного покрова [1]. Использовалась аналогичная методика проведения эксперимента, описанная в работе [2]. Для каждого эксперимента проводилось по три повторения.

Были исследованы условия зажигания образцов древесины сосны и ели в результате теплового воздействия тлеющих частиц, образующихся во время природного пожара, на примере веточек сосны различных размеров. Определена вероятность воспламенения древесины в зависимости от размера и количества частиц, наличия воздушного потока в зоне падения частиц, а также сорта древесины и ее начальной температуры.

Литература

1. Filkov A.I., Kasymov D.P., Zima V.P., Matvienko O.V. Experimental investigation of surface litter ignition by bark firebrands // AIP Conf. Proc. 2016. Vol. 1698. P. 1-6.

2. D.P. Kasymov, A.A. Paletsky, M.V. Agafontsev Small-scale investigation of the fire hazard characteristics of wood samples due to the different type of thermal impact while forest fires / 9th International Seminar on Flame Structure Novosibirsk, Russia (July 10–14, 2017). Book of Abstracts. p. 51.

Взаимодействие компонент природного газа с фуллереновыми частицами

Шестаков А. Е., Тарасов Е. А.

ТГУ, Томск
e-mail: diomedis@mail.ru

В работе проведен анализ проницаемости ячейки составленной из фуллереновых частиц относительно молекул метана, этана и атомов гелия. Показано, что для ячейки из 8 молекул фуллерена составленных в виде простой кубической решетки с параметром равным 0.4 нанометра, уже даже первый ряд фуллеренов создает барьер, не проницаемый для метана и этана, имеющих средние скорости движения при температуре 20 градусов Цельсия. Однако гелий (так же движущийся со скоростью характерной для 20 градусов Цельсия) так же не способен пройти второй ряд данной структуры.

Результаты моделирования Результаты моделирования позволяют говорить о том, что в рамках дискретного подхода описания взаимодействия элементарная ячейка мембраны на основе фуллеренов при сближении молекул на расстояние 0,35 нм не пропускает ни один из представленных выше газов.

Литература

1. А.М. Бубенчиков, М.А. Бубенчиков, А.И. Потекаев, Э.Е. Либин, Ю.П. Худобина Потенциальное поле углеродных тел как основа сорбционных свойств барьерных газовых систем // Известия ВУЗов. Физика. – 2015. – Т. 58, № 7. – С 10-15.

2. Жаровцев В.В., Маслов А.С., Овчаренко В.В., Тарасов Е.А., Ямкин А.В. Проницаемость системы из двух наночастиц // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 8-2. С. 138-141.

3. A. M. Bubenchikov, M.A. Bubenchikov, O.V. Matvienko, E. A. Tarasov, O.V. Usenko, Simple energy Barrier for Component Mixture of Natural Gases // AIP Conference Proceedings, 1698, 060007 (2016).

Гидродинамика затопленной струи в прямоугольном канале

Шулепова Е. В., Шеремет М. А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: elena.vasilevna.1996@mail.ru

Актуальность проводимых исследований определятся необходимостью охлаждения электронного оборудования, интенсификации теплообмена на сложных структурированных поверхностях. Целью настоящей работы является математическое моделирование взаимодействия ламинарной затопленной струи с преградой, исследование характеристик течения.

В работе моделируются режимы вынужденной конвекции затопленной струи в прямоугольном канале. Струя выходят из сопла шириной b с некоторой скоростью. Ограничивающая пластина располагается параллельно и на расстоянии h от пластины воздействия струи. Для описания рассматриваемого течения используются дифференциальные уравнения гидродинамики в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность» с соответствующими граничными условиями.

Решение представленной краевой задачи математической физики проведено численно методом конечных разностей с использованием локально-одномерной схемы А.А. Самарского [1] и соответствующих аппроксимаций частных производных [2]. Полученные системы линейных алгебраических уравнений решаются прямыми и итерационными методами. Разработанный программный код был проанализирован на сеточную сходимость.

В результате численного анализа были установлены особенности влияния числа Рейнольдса на гидродинамику, проведено сравнение с численными данными [3].

Литература

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

2. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.

3. Law H.S., Masliyah J.H. Numerical prediction of the flow field due to a confined laminar two-dimensional submerged jet // Computers & Fluids. – 1984. –Vol. 12, No. 3. – Pp. 199–215.

СЕКЦИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Применение классификатора Байеса для случая трех и более классов

Алимбаева Е. А., Федорова О. П.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: alimb97@mail.ru

В работе исследуются распределения дескрипторов по коллекциям изображений. Решается задача распознавания образов с помощью классификатора Байеса [1]. Приводится обобщение классификатора Байеса для случая нормального распределения признаков [2] на произвольное число классов. В качестве дескрипторов изображения выбраны: средние по каналам $RGB(R,\ G,\ B)$, средние по преобразованию Фурье монохромных изображений по R, G и B (F_R, F_G, F_B).

Применение классификатора Байеса требует предварительного его обучения. Для нормального распределения признаков и произвольных ковариационных матриц разделяющие функции имеют вид:

$$g_i(x) = x^t W_i x + w_i^t x + \omega_{i0}, \text{ где}$$

$$W_i = -\frac{1}{2} \sum\nolimits_i^{-1}, \; w_i = \sum\nolimits_i^{-1} \mu_i,$$

$$\omega_{i0} = -\frac{1}{2}\mu_i^t W_i^{-1} \mu_i - \frac{1}{2} \log |\sum\nolimits_i| + \log P(\omega_i).$$

Анализ результатов численных экспериментов показывает, что несовпадение закона распределения признаков с нормальным распределением приводит к снижению качества распознавания.

Литература

1. Дуда Р. Распознавание образов и анализ сцен / Р. Дуда, П. Харт. – М. : Мир, 1976. – 511 с.

2. Федорова О.П., Амшарюк Е.И. К вопросу о выборе словаря признаков при классификации видеоизображений. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2015. С. 115-120.

Параметризация снежного покрова ISBA-ES *

Алипова К. А., Богословский Н. Н.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: ksusha_ast@mail.ru

Рассматриваемая параметризация снежного покрова — это так называемая параметризация промежуточной сложности, которая является представителем класса моделей снежного покрова, в которых используется несколько слоев и упрощенные физические схемы параметризации [1, 2]. По сравнению с однослойной параметризацией, явная многослойная параметризация устраняет большие перепады температуры и плотности, которые могут существовать в снежном покрове; различает энергетический баланс заснеженных и не заснеженных участков земной поверхности; включает эффект содержания жидкой воды в снежном покрове; вычисляет поглощение поступающего излучения снежным покровом, а также вычисляет явную теплопроводность между снегом и почвой.

В параметризации используется уравнение сохранения массы для всего снежного покрова. В нем учитывается водный эквивалент снежного покрова, скорость испарения и сублимации, интенсивность снегопада, интенсивность дождя. Число слоев в параметризации берется равным 3, что считается минимальным числом слоев для адекватного определения тепловых градиентов снега между поверхностью и основанием снежного покрова. Процедура решения является полностью неявной, когда не происходит таяние, так, что для маленьких глубин снежного покрова могут быть использованы относительно большие шаги по времени.

Литература

1. Boone A., Etchevers P. An intercomparison of three snow schemes of varying complexity coupled to the same land surface model: Local-scale evaluation at an alpine site // J. Hydrometeorol. 2001. Vol. 2. pp. 374-394.

2. Boone A. Description du schema de neige ISBA-ES. CNRM-Meteo-France, Toulouse, 2002. 59 pp.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 16-41-700178.

Сингулярное разложение и точное решение плохо обусловленных матриц

Афанасьева А. А., Старченко А. В.

Томский государственный университет
e-mail: afanasevaanyutka@gmail.com

В работе рассматривается усеченное сингулярное разложение матриц, применяемое для решения плохообусловленных систем линейных уравнений.

Рассматривается перспективный метод для точного решения почти сингулярных систем линейных уравнений. В методе используется усеченная сингулярная декомпозиция [1-3] исходной матрицы коэффициентов и процедура исключения Гаусса для решения хорошо обусловленной приведенной системы линейных уравнений. Этот метод не требует дополнительных сведений о свойствах матрицы. Также рассматриваются алгоритмы сингулярного разложения матриц (SVD - Singular Value Decomposition), которые используются для практического вычисления, свойства сингулярного разложения. На примерах систем линейных уравнений с матрицами, близких к сингулярным, показано, как применяется SVD.

В качестве примеров используются системы с Гильбертовой матрицей [3], проведены исследования с помощью процедур SVD и исключения Гаусса, данный численный опыт показал хорошую точность предлагаемой схемы решения.

Литература

1. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра .М.:Мир, 2000. 430 с.

2. Вержбицкий В.М. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения: Учеб. пособие для вузов.М.:ООО Издательский дом "Оникс 21 век 2005.432 с.

3. Voloh K. Pin-Pointing Solution of Ill-Conditioned Square Systems of Linear Equations/K.Voloh, O.Vilnay// Applied Mathematics Letters, - 2000 - №13. – P.119-124

Решение задачи о течении расплава полистирола в шнековом канале экструдера

Бессонова М. П.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: bessonova.mp@mail.ru

В настоящей работе численно решена задача о течении расплава полистирола в канале одношнекового экструдера. Математическая модель, описывающая процесс течения, учитывает наличие циркуляционного движения, неньютоновское поведение перерабатываемого материала и разогрев полистирола за счет вязкой диссипации. В качестве геометрической модели шнека используется его развертка на плоскость.

В силу малости чисел Рейнольдса, применяется приближение ползущего течения. Неньютоновское поведение полистирола описывается степенным реологическим уравнением, учитывающим зависимость вязкости от температуры и интенсивности деформаций. Для численного решения используется метод Ньютона совместно с методом прогонки. Корректность полученных результатов подтверждена путем сравнения с литературными данными [1, 2].

Литература

1. Fenner R. Principles of polymer processing. The Macmillan Press LTD, 1979. 176 p.

2. Chiruvella R.Y., Jaluria Y., Sernas V. Extrusion of non-Newtonian fluids in a single-screw extruder with pressure back flow // Polymer Engineering and Science. 1995. Vol. 36. no. 3. pp. 358-367.

Построение конечно-разностной схемы "Ромб"для численного решения урвнения конвекции-диффузии

Войтенко Е. С., Лаева В. И.

Томский государственный университет
e-mail: katyfka.22@mail.ru

В данной работе рассматривается построение неявной разностной схемы «Ромб» [1] для одномерной задачи конвекции-диффузии. Аппроксимация уравнения происходит в пределах одной ячейки, что значительно облегчает использование схемы в случае неравномерной сетки и для неоднородного тела, состоящего из материалов с различными теплофизическими характеристиками. К достоинствам схемы относится возможность нахождения одновременно функции температуры и её производной (теплового потока) , таким образом, граничные условия второго или третьего рода не требуют аппроксимации.

Разностная схема строится по гибридному принципу: $æ=0{,}5$ в зоне гладких решений и $æ=1$ в зоне больших градиентов.

Исследования схемы показали, что при $æ=0{,}5$ она является условно монотонной, абсолютно устойчивой по начальным данным (по методу гармоник [2]) и имеет первый порядок аппроксимации по времени и второй – по пространственной переменной.

Литература

1. Гаджиев А. Д. Неявный Конечно-разностный метод «Ромб» для численного решения уравнений газовой динамики с теплопроводностью. / Гаджиев А. Д. , Писарев В.Н.//Журнал вычислительной математики и математической физики, 1979. - Т.19. С.1288 – 1303.

2. Годунов С. К. Разностные схемы: введение в теорию : Учебное пособие для университетов и вузов по специальности "Прикладная математика"/ С. К. Годунов, В. С. Рябенький. – М.: Наука. Физматлит, 1977. – 439с.

Численное решение уравнения теплопроводности

Драморецкий А. С., Гольдин В. Д.

Томский государственный университет
e-mail: anton970501@gmail.com

Рассматривается численное решение двумерного уравнения теплопроводности в прямоугольной области. Теплофизические параметры предполагаются постоянными. На верхней и правой границе области осуществляется теплообмен по закону Ньютона с окружающей средой, имеющей более высокую температуру. На этих границах выставляются граничные условия 3-го рода, на других границах условие теплоизоляции [1].

Для численного решения задачи на равномерной регулярной сетке строится разностная схема, имеющая 2-й порядок аппроксимации как внутри области, так и на её границе [2]. Рассматривается 3 варианта реализации метода расщепления [3]:

1) локально одномерная схема;

2) метод стабилизирующей поправки Дугласа-Рекфорда;

3) метод стабилизирующей поправки с итерациями.

Написаны программы для получения решения по каждому из вариантов. Полученные результаты для локально одномерной схемы сравниваются с аналитическим решением. Анализируется погрешность численного решения в зависимости от шагов сетки.

Литература

1. Лыков А. В. Теория теплопроводности/ А. В. Лыков. – М. Высшая школа, 1967. – 600 с.

2. Меркулова Н. И. Методы приближенных вычислений/ Н. И. Меркулова, М. Д. Михайлов; под ред. А. В. Старченко. – Томск: Изд. дом ТГУ, 2014. – 763 с.

3. Марчук Г.И. Методы расщепления/ Г. И. Марчук. – М. Наука, 1988. – 264 с.

Решение задач геодезии методами линейной алгебры

Гейцман Р. Ю., Рыбалка С. А., Вылегжанин О. Н.

Томский политехнический университет, Томск
e-mail: gru04203@gmail.com

Геодезические величины бывают измеренными и вычисленными. При обработке результатов геодезических измерений на местности основу вычислений составляют решения задач прямой и обратной засечек.

Для увеличения точности результатов проводят избыточное количество измерений на местности. При решении геодезических задач в классическом подходе используются приемы тригонометрии [1]. Такой процесс достаточно трудоемкий и не лишен случайных ошибок. В данной работе показывается метод решения геодезических задач с помощью составления системы линейных уравнений на основе полученных многократных измерений [2]. Для решения построенной системы используется метод сингулярного разложения. И построение системы, и её решение происходят в автоматизированном режиме, с минимальным использованием ручного труда.

Исследуется влияние особенностей проведения измерений и способов формирования систем уравнений на обусловленность сформированной матрицы.

Алгоритм решения задачи прямой и обратной засечки реализован в виде web-приложения.

Литература

1. Большаков В. Д. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений : [учебное пособие для студентов геодезических специальностей вузов] / В. Д. Большаков, Ю. И. Маркузе. – Изд. 2-е, стер. – Москва : Альянс, 2007. – 351 с.

2. Вылегжанин О. Н., Рыбалка С.А. Расчет координат неизвестной точки по результатам дистанционных и дирекционных измерений от известных точек // Маркшейдерский вестник. – 2017. – №6(121). – С. 20-23.

Математическое моделирование движения воздушных масс в уличном каньоне *

Грудович Л. Е.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: ugin@math.tsu.ru

Целью работы является разработка и верификация двухмерной математической модели турбулентного нестационарного движения в приземном слое воздуха над неоднородной подстилающей поверхностью с элементами крупномасштабной шероховатости. Математическая модель включает в себя осредненные по Рейнольдсу уравнения неразрывности и уравнения Навье Стокса. Замыкание системы уравнений проводится с использованием двухпараметрической «k-ε» модели и градиентно-диффузионной гипотезы Буссинеска.

Дискретизация дифференциальной задачи осуществляется методом конечного объема с использованием разнесенной сетки [1]. После построения сетки каждое дифференциальное уравнение интегрировалось по конечному объему. При дискретизации уравнений переноса использовалась явная аппроксимация по времени и схема против потока для конвективных слагаемых. Для согласования полей скорости и давления использовалась схема предиктор-корректор.

Тестирование вычислительного алгоритма проведено на задаче исследования течения в начальном участке плоского канала при низких числах Рейнольдса. Верификация модели турбулентного течения проведена на задаче моделирования течения за обращенным назад уступом. Таким образом показано, что разработанная модель может быть использована для исследования структуры течения в уличном каньоне.

Литература

1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. / М: Энергоатомиздат, 1984. — 149 с.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1723.2017.5

Численное решение задачи невязкого сверхзвукового обтекания затупленных тел

Давыдова Ю. А., Гольдин В. Д.

ТГУ, Томск
e-mail: kawade@mail.ru

При расчете движения в атмосфере затупленного тела со сверхзвуковой скоростью нужно определять поле течения в ударном слое и распределение давления на поверхности тела вдоль траектории его движения. Это необходимо не только для определения сопротивления, но и для решения задачи в пограничном слое с целью вычисления тепловых потоков к телу. В большинстве практически важных случаев давление может быть определено на основе модели невязкого обтекания.

В настоящей работе рассматривается расчет обтекания затупленного тела сверхзвуковым потоком невязкого газа. Для численного решения уравнений Эйлера используется метод С. К. Годунова, основанный на решении задачи о распаде произвольного разрыва [1, 2].

Проведена серия расчетов для тела, движущегося с переменной скоростью в ситуациях его ускорения или замедления, рассмотрена задача обтекания тела с изменяющейся формой. Также была реализована модель равновесного протекания химических реакций с использованием аппроксимаций термодинамических характеристик равновесного воздуха [3].

Показано, что построение сценариев организации расчетов влияет на суммарное время вычислений.

Литература

1. Годунов С. К., Забродин А. В. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – Изд-во «Наука», М., 1976.

2. Антонов В. А., Гольдин В. Д., Пахомов Ф. М. Аэродинамика тел со вдувом. – Томск: Изд-во Том.ун-та, 1990.

3. Синченко С. Г., Аппроксимация термодинамических функций воздуха, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1968, том 8, номер 4, 917–922

Численное исследование процесса самоочищения речного водоема

Давыдов А. С., Михайлов М. Д.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: afoniashka@gmail.com

Работа посвящена изучению процесса самоочищения речного водоема с помощью математических моделей. Это позволяет проводить численные эксперименты и определять возможность очистки от загрязнений водного потока.

Предлагаются модификации моделей Моно и Стритера-Фелпса [1]: точечная, одномерная и двумерная. Для численной реализации указанных моделей используются явные и неявные разностные методы. Исследуются вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости методов [2]. Даются сравнения результатов численных расчетов между собой и с экспериментальными данными.

Ниже приводится модификация точечной модели.

$$\begin{cases} \dfrac{dL}{dt} = -K_1 L - \dfrac{\mu_{max} X L}{Y(K_L + L)}, \\ \dfrac{dX}{dt} = \dfrac{\mu_{max} X L}{K_L + L}, \\ \dfrac{dD}{dt} = -K_1 L - K_2 D - \dfrac{\mu_{max} X L}{K_L + L} \end{cases}$$

с соответствующими начальными условиями,где L-концентрация органического вещества, X-биомасса микроорганизмов, D-дефицит кислорода, K_1-константа окислительной трансформации органического вещества, K_2-коэффициент реаэрации, μ_{max} – максимальная удельная скорость роста, K_L - константа полунасыщения, $Y = |\dfrac{dX}{dL}|$ – коэффициент трансформации субстрата в биомассу. Результаты расчетов представлены в виде одномерных и двумерных графиков.

Литература

1. Абеляшев Д.Г. Математическое моделирование процессов самоочищения реки с использованием модификации моделей Герберта и Стритера-Фелпса // Седьмая Сибирская конференция по параллельным и высокопроизводительным вычислениям / Под ред. проф. А.В. Старченко. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2014. С. 89-96.

2. Меркулова Н.Н., Михайлов М.Д. Методы приближенных вычислений. Томск: Издательский дом ТГУ, 2014.

Решение задач геодезии по дистанционным измерениям

Иванова А. Д., Рыбалка С. А., Вылегжанин О. Н.

Томский Политехнический университет, Томск
e-mail: adi3@tpu.ru

Прямая и обратная задачи засечки в геодезии заключаются в том, что определяются координаты некоторой точки путём дистанционных измерений на неё от точек с известными координатами. По результатам измерений проводятся расчеты координат последней [1]. Классически такие задачи решаются как тригонометрические и нелинейные уравнения. В докладе рассматривается подход, когда по результатам измерения расстояний из нескольких точек на одну, чьи координаты необходимо определить, строится СЛАУ. Способов формирования подобных систем несколько [2]. Такой подход позволяет максимально автоматизировать процесс расчетов.

Рассмотрено влияние конфигурации расположения точек с известными координатами относительно неизвестной точки на погрешность вычисления результата.

На основе рассмотренных методов разрабатывается приложение для автоматизированных расчётов координат новых точек, значительно сокращающее трудозатраты геодезиста на этапе расчётов.

Литература

1. Большаков В. Д. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений : [учебное пособие для студентов геодезических специальностей вузов] / В. Д. Большаков, Ю. И. Маркузе. — Изд. 2-е, стер. — Москва : Альянс, 2007. — 351 с.

2. Вылегжанин О. Н. Расчет координат неизвестной точки по результатам измерений дистанций / О. Н. Вылегжанин, С. А. Рыбалка // Маркшейдерский вестник. — 2017. — № 1. — 15-18 с.

Числа Мерсенна

Каратаева Е. А., Зюзьков В. М.

ТГУ, Томск
e-mail: nebosolnze@gmail.com

Нахождение простых чисел Мерсенна вида $M_q = 2^q - 1$ является исследовательской проблемой. Поиск простых чисел Мерсенна облегчается известным фактом: для того чтобы M_q было простым числом, необходимо, чтобы q было простым числом. Этого недостаточно, но существует эффективный алгоритм Люка-Лемера, являющийся строгим тестом на простоту для чисел Мерсенна [1].

В данной работе эти числа исследуются с помощью системы Mathematica [1]. Реализованы три программы для нахождения простых чисел Мерсенна: поиск перебором среди простых индексов q; поиск с тестом Люка-Лемера; поиск с тестом Люка-Лемера и параллельным программированием. В настоящее время известно 50 простых чисел Мерсенна [2]. Наши программы позволяют получить 22 числа за разумное время.

Число Мерсенна $M_{77232917}$ является не только наибольшим известным на сегодняшний день простым числом Мерсенна, но и наибольшим из найденных явно простых чисел вообще. Это число открыто в декабре 2017 г. и имеет 23 249 425 десятичных цифр. За редкими исключениями рекорд максимального открытого простого числа всегда принадлежал именно простым числам Мерсенна.

Существует знаменитая связь между простыми числами Мерсенна и совершенными числами [3].

Теорема (Евклид–Эйлер). Для того чтобы четное число n было совершенным, необходимо и достаточно, чтобы оно имело вид $n = 2^{q-1}M_q$, где M_q – простое число Мерсенна. Написана программа на языке Wolfram, которая выдала 9 первых совершенных чисел. Девятое число $2^{60}M_{61}$ имеет 37 десятичных цифр.

Литература

1. Зюзьков В.М. Начала компьютерной алгебры: учебное пособие. – Томск: Издательский Дом ТГУ, 2015. – 128 с.

2. Math World. Mersenne Prime. Электронный ресурс: http://mathworld.wolfram.com/MersennePrime.html

3. Math World. Perfect Number. Электронный ресурс: http://mathworld.wolfram.com/PerfectNumber.html

Криптоанализ шифра Плейфера с помощью алгоритма «имитации отжига»

Куттубек к. Г., Старченко А. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: wendiya97@gmail.ru

Криптология в современном мире играет значительную роль. Это связано с тем, что защита информации применяется не только в узких ведомственных кругах, но и в жизни миллионов граждан. В частности, основной обязанностью криптологии является оценка стойкости современных криптосистем, которые позволят провести методы криптоанализа.

В данной работе представлен краткий обзор классических и современных методов криптоанализа. Описана схема оценки сложности криптографических алгоритмов. Выполнен подробный разбор алгоритма «имитации отжига» (ИО) и его применение при дешифровании симметричных шифров замены.

ИО представляет собой общий метод решения задачи глобальной оптимизации. Алгоритм основывается на имитации физического процесса, который происходит при кристаллизации вещества, в том числе при отжиге металлов. В качестве примера применения этого алгоритма был проведен криптоанализ шифра Плейфера с помощью компьютерной программы дешифрования на языке PascalABC.

Литература

1. Пилиди В.С. Криптография.Вводные главы В.С.Пилиди – Ростов-на-Дону : ЮФУ, 2009. – 110 с.

2. Cowan M.J. Breaking short Playfair ciphers with the simulated annealing algorithm [Электронные ресурсы]: Cryptologia / Taylor and Francis Group. – Электрон. журн. – 2008. – URL: https://doi.org/10.1080/01611190701743658 (дата обращения:01.04.2018).

Задача о рюкзаке

Лаевский В. М., Зюзьков В. М.

ТГУ, Томск
e-mail: vladimirml95@gmail.com

Задача о рюкзаке (или задача о ранце) — NP-полная задача комбинаторной оптимизации. Суть задачи заключается в том, чтобы уложить как можно большее число ценных вещей в рюкзак при условии, что вместимость рюкзака ограничена.

Имеется n грузов. Для каждого i-го груза определён вес $w_i > 0$ и ценность $v_j > 0, i = 1, ..., n$. Ограничение суммарного веса предметов в рюкзаке задаётся грузоподъёмностью W. Необходимо максимизировать $\sum_{i=1}^{n} v_i x_i$ с ограничениями $\sum_{i=1}^{n} w_i x_i < W$.

Метод динамического программирования состоит в следующем: исходная задача включается в семейство «подзадач» разного размера, и они решаются одна за другой в правильном порядке. Считаем подзадачи вершинами воображаемого ориентированного ациклического графа (ребро из A в B означает, что для решения B надо сначала решить A); тогда порядок решения подзадач должен быть линеаризацией этого графа. [1]

Реализованы алгоритмы, решающие задачи о рюкзаке с повторениями и без повторений.

Динамическое программирование позволяет решить обе задачи (в случае целых весов) за время $O(nW)$, которое вполне допустимо для малых W, но всё же не является полиномиальным, так как размер входа пропорционален $\log W$, а не W. [1]

Задача о рюкзаке нашла применение в разных областях знаний: в математике, информатике, в криптографии. В одной из работ по вычислительной лингвистике предложена формулировка задачи автоматического реферирования текстов. На основе задачи о ранце был создан первый алгоритм асимметричного шифрования. Также задача о рюкзаке может служить моделью для большого числа промышленных задач: размещение грузов на складе минимальной площади, раскройка ткани — из имеющегося куска материала получить максимальное число выкроек определённой формы, расчет оптимальных капиталовложений.

Литература

1. Дасгупта С. Алгоритмы / С. Дасгупта, Х. Пападимитриу, У. Вазирани: пер. с англ. под ред. А. Шеня. – М.: МЦНМО, 2014. – 320 с.

Математическое моделирование работы регулирующего осевого клапана *

Лещинский Д. В., Данилкин Е. А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: 360flip182@gmail.com

При проектировании системы нефте- и газопроводов возникает необходимость установки ряда регулирующих клапанов для реализации тех или иных задач стоящих перед данным участком трубопровода. В данной работе речь пойдет об одном из таких клапанов, а точнее о рабочих характеристиках осевого регулирующего клапана. За последние десятилетия регулирующие клапаны осевого заняли ведущее положение во всех сегментах связанных с добычей, переработкой, транспортом, хранением и сбытом продуктов нефтегазовой промышленности.

На современном этапе развития вычислительной техники и CAE-систем численный эксперимент становится важным этапом в проектировании новых высокотехнологичных изделий. Таким образом, результаты, полученные с помощью математического моделирования, позволяют обнаружить и устранить основные недостатки конструкции еще на этапе проектирования изделия.

В данной работе по заданным чертежам геометрии клапана будет построена геометрия его проточной части. Затем будет проведено моделирование трёхмерного стационарного турбулентного течения несжимаемой среды в проточной части клапана. Математическая модель будет включать в себя осреднённые по Рейнольдсу уравнения неразрывности и уравнения Навье – Стокса [1]. При построении геометрии исследуемой области и моделировании самого физического процесса будет использоваться расчетная платформа ANSYS Workbench и программный модуль ANSYS Fluent.

В ходе моделирования будет рассматриваться задача исследования показателя пропускной способности клапана при различных положениях регулирующего устройства.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1723.2017.5.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Гидродинамика. 3-е изд., испр. -М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. - 736 с. (т. VI).

Решение задачи распознавания эмоций людей на основе методов классификации

Монголин А. С.

Томский Политехнический Университет, Томск
e-mail: mangustalex11@gmail.com

В работе рассматривается подход к распознаванию эмоций на изображении с помощью антропометрических точек лица, получаемых библиотекой dLib на основе [1], и глубокого машинного обучения [2]. Рассмотрены различные модели получения инвариантных к разрешению фотографии характеристик лица и предложены без аппробации варианты других моделей, которые инвариантны к вращению и наклонам головы. Построены многослойные нейронные сети с различными характеристиками, в число которых входят количество слоев, функции активации, количество нейронов в слоях, собрана статистика и получены результаты работы алгоритма распознавания эмоций людей в каждом случае.

Для обучения нейронной сети использовались публично доступные базы размеченных изображений лиц и алгоритм обратного распространения ошибки [3]. Проведено сравнение точности распознавания эмоций с коммерческими продуктами.

Литература

1. Vahid Kazemi J.S. One Millisecond Face Alignment with an Ensemble of Regression Trees, 2014.

2. TensorFlow [Электронный ресурс] URL: https://www.tensorflow.org/ (дата обращения: 9.03.2018).

3. Laurene Fausett Foundamentals of neural network. Architectures, algorithms and applications, 1994 - 476с.

Численное решение одномерного уравнения переноса

Новохатний Д. Ю., Данилкин Е. А.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: daniil212504@gmail.com

В работе будет рассмотрен алгоритм численного решения одномерного уравнения переноса.Уравнение переноса является одним из фундаментальных в математической физике и широко используется, например, при моделировании переноса примеси в атмосфере. Численное решение уравнения переноса осуществляется на основе метода конечных разностей[1, 2]. При дискретизации используются явная аппроксимация по времени, противопоточная или центрально-разностная схема для аппроксимации конвективного слагаемого.

Построенный алгоритм решения одномерного уравнения переноса реализован программно на языке C++. Верификация программы проведена на задаче решения невязкого уравнения Бюргерса, которое имеет решение типа «бегущей волны».На модельных задачах с начальными условиями «прямоугольник» и «ступенька вниз» проведено сравнение используемых схем аппроксимации конвективного слагаемого. Целью работы является знакомство с численными методами решения дифференциальных уравнений и изучение влияния выбранной схемы аппроксимации конвективного слагаемого на численное решение.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1723.2017.5.

Литература

1. Лоханский Я.К. Основы вычислительной гидромеханики и теплообмена: учебное пособие. – М: МГИУ, 2008. -80 с.

2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. / С. Патанкар. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 149 с.

Моделирование течения крови в протезах крупных кровеносных сосудов *

Онищенко П. С.

Кемеровский государственный университет, Кемерово
e-mail: airgone57@gmail.com

Современные биологические протезы, применяемые для протезирования элементов сосудистой системы человека, помимо преимуществ биосовместимости [1], обладают значительным недостатком – высокой вариативностью геометрических свойств: толщина стренки и рельефа внутренней поверхности [2]. Данные особенности, которые невозможно определить во время процетуры протезирования, могут значительно повлиять на исход вмешательства за счет нарушения структуры потока с возникновением инициаторов тромбообразования.

Целью работы является исследование течения крови в ксеногенных биопротезах, используемых для протезирования артерий нижних конечностей человека. Протез представляет собой стабилизированную артерию крупного рогатого скота, которой замещают несостоявшийся (содержащий стенозы, аневризмы) участок сосуда. Так как некоторые сосуды могут достигать длинны 75 см, то приходится прибигать к сшитию нескольких протезов, тем самым внося дополнительные препятствия течению крови. Кроме того, артерии, как правило, содержат коллатери – ответвления, которые изолируют шовным материалом, тем самым создавая дополнилнительные механические деформации стенки протеза.

Литература

1. Martin C., Sun W. Biomechanical characterization of aortic valve tissue in humans and common animal models. // Journal of Biometrical Materials Research. Part A. 2012. T. 10. No. 6. doi: 10.1002/jbm.a.34099.

2. Клышников К.Ю., Овчаренко Е.А., Борисов В.Г., Сизова И.Н., Бурков Н.Н., Батранин А.В., Кудрявцева Ю.А., Захаров Ю.Н., Шокин Ю.И. Моделирование гемодинамики сосудистых протезов «КемАнгипротез» in silico // Мат. биол. и биоинф. 2017. 12(2):559-569 doi: 10.17537/2017.12.559.

* Работа выполнена при финансовой поддержке внутреннего гранта Кемеровского государственного университета.

Нахождение и доказательсва тождеств с числами Фибоначчи и Каталана с помощью производящих функций

Пчёлкина Д. Е., Зюзьков В. М.

ТГУ, Томск
e-mail: pchyolkina1993@mail.ru

Производящие функции [1] - это формальные степенные ряды.

Определение 1. *Назовем формальным степенным рядом (от одной переменной) формальное выражение вида*

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ...,$$

где коэффициенты a_k принадлежат числовому кольцу или полю R. Переменная x является формальной, и нас не будет интересовать сходимость такого ряда.

Формальные степенные ряды с операциями сложения и умножения образуют алгебраическую структуру коммутативного кольца с единицей [2].

Используя аппарат производящих функций, развитый в языке Wolfram [3], исследуем и находим тождества для чисел Каталана и Фибоначчи. Наиболее интересными тождествами являются следующие:

$(F_{n+1})^3 - (F_{n-1})^3 - 4\,(F_n)^3 = 3(-1)^n F_n;$

$F_{k+n-1}F_{n-k} + F_{-k+n+1}F_{k+n} = F_{2n}.$

Литература

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика: Пер. с англ. - М.: Мир, 1998. – 703с.

2. Ландо С. К. Лекции о производящих функциях. — 3-е изд., испр. — М.: МЦНМО, 2007. — 144с.

3. Wolfram Mathematica [Электронный ресурс]. - URL:http://www.wolfram.com/mathematica(дата обращения 10.04.2018)

Решение задач геодезии по угловым измерениям

Романова Т. А., Рыбалка С. А., Вылегжанин О. Н.

Томский политехнический университет, Томск
e-mail: tar6@tpu.ru

Одна из базовых задач в геодезии заключается в том, что определяются координаты некоторой точки путём угловых измерений на неё от точек с известными координатами. По полученным результатам измерений решаются тригонометрические задачи с целью вычисления координат [1]. В докладе рассматриваются два способа формирования систем линейных уравнений, по измеренным азимутальным и зенитным углам на одну точку из нескольких опорных [2]. И построение СЛАУ, и её решение производится в автоматическом режиме, где геодезист лишь указывает координаты опорных точек и результаты измерений, и выбирает метод расчета.

На точность определения координат новой точки влияют не только погрешности измерений, но и конфигурации расположения точек с известными координатами относительно определяемой точки, и метод формирования матриц.

Литература

1. Большаков В. Д. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений : [учебное пособие для студентов геодезических специальностей вузов] / В. Д. Большаков, Ю. И. Маркузе. - Изд. 2-е, стер. - Москва : Альянс, 2007. - 351 с.

2. Вылегжанин О. Н. Расчет координат неизвестной точки по результатам дирекционных измерений / О. Н. Вылегжанин, С. А. Рыбалка // Маркшейдерский вестник. – 2016. – № 5(114). – 18-21 с.

Закон Бенфорда и подобные свойства цифр в последовательностях чисел

Русанова Д. С., Зюзьков В. М.

Томский Государственный Университет
e-mail: rusanchik465@gmail.com

Закон Бенфорда, или закон первой цифры, описывает вероятность появления определённой первой значащей цифры в распределениях величин, взятых из реальной жизни. Закон верен для многих таких распределений, но не для всех. Также делает ряд предсказаний частоты встречаемости второй и третьей цифры.

Впервые проявление этого закона заметил американский астроном Саймон Ньюком в 1881 году. Он обнаружил, что книги, содержащие логарифмические таблицы, истрёпаны там, где содержатся логарифмы чисел, начинающихся с единицы, и целы для чисел, начинающихся на 9. Это явление было повторно обнаружено физиком Фрэнком Бенфордом в 1938 году [1,2].

Оказалось, что закон применим к случайно создающимся данным (список рек по длине, плотность населения и т.д.).

В работе написана программа-демонстрация на языке Wolfram Mathematica, которая позволяет наглядно увидеть закон Бенфорда для различных последовательностей чисел, имеющих как естественное, так и математическое происхождение.

Для некоторых последовательностей чисел этот закон получил математическое объяснение [3].

Литература

1. Wikipedia.Benford's law. Электронный ресурс: https://en.wikipedia.org/wiki/Benford

2. Math World. Электронный ресурс: http://mathworld.wolfram.com/BenfordsLaw.html

3. Арнольд. Статистика первых цифр степеней двойки и передел мира. Квант №1,1998.

К вопросу о фильтрации и сплайновом восполнении сеточных функций

Сайнакова И. С.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: ira.saynakova@mail.ru

Фильтр — это линейный или нелинейный оператор преобразования, приводящий к изменению (фильтрации) как формы сигнала во временной области, так и образа сигнала в частотной области. Такие операторы преобразования позволяют удалять из функций некоторые частоты, подобно тому, как воздушный фильтр двигателя автомобиля очищает воздух от пыли и грязи. К алгоритмам фильтрации (сглаживания), например, приходится обращаться при графическом представлении сеточных функций, полученных по устойчивым немонотонным разностным схемам или вейвлет-анализе сигналов [1]. В работе для сеточной функции $\{f_i\}_{i=0}^{N}$, $f_0 = f_N = 0$, $\omega_h = \{x_i = ih; i = 0, 1, ..., N; hN = 1\}$ рассматриваются свойства линейных фильтров низких частот

$$\varphi_i = \sum_{j=-1}^{1} \alpha_j f_{i+j}, \sum_{j=-1}^{1} \alpha_j = 1,$$

полученных методом наименьших квадратов и на основе базисных функций кубических сплайнов. Анализируется влияние частоты Найквиста на сплайновое восполнение высокочастотных функций.

Рассмотрены некоторые свойства масштабирующих функций кардинальных сплайнов и их производных [2]

$$\varphi(x) = \sqrt{N} \sum_{n\in Z} h_n \varphi(Nx - n), N \geq 2, \sum_{n\in Z} |h_n|^2 < \infty.$$

Литература

1. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. Москва: ДМК Пресс. 2014. 628 с.

2. Подкур П.Н. О N-масштабируемости B-сплайнов. Вестник Куз ГТУ. 2006. №6 (57). С. 8-10.

Использование данных прогноза погоды по модели ПЛАВ при расчете индексов пожароопасности

Сваровский А. И., Барт А. А.

Томский государственный университет, Механико-математический факультет, Томск
e-mail: svarart@yandex.ru

На территории Западной Сибири проблема лесных пожаров стоит очень остро. Лесной пожар задымляет большие пространства, ухудшая видимость и качество атмосферного воздуха в населенных пунктах. Мониторинг позволяет выделить наиболее подверженные пожару территории, а прогнозирование пожаров дает возможность провести ряд мероприятий по предотвращению и/или сокращению негативных последствий.

Для оценки степени пожароопасности леса в зависимости от метеорологических условий используется индекс горимости леса, который является комплексным показателем пожарной опасности в лесу. В России для оценки горимости леса применяют индекс Нестерова [1], а за рубежом-KBDI (Keetch-Byram Drought Index) [2].

В работе выполнялись расчеты классического и модифицированного индексов Нестерова и KBDI. Расчеты проводились на основе среднесрочных прогнозов погоды за 2015 год по модели ПЛАВ с пространственным разрешением $0.186^\circ \times 0.225^\circ$ [3]. Данные прогноза хранятся в файлах в формате grib. Скрипты, выполняющие манипуляции с данными, расчеты и визуализацию результатов, были написаны на языке Python 2.7 с использованием библиотек pygrib, numpy и matplolib.

Литература

1. Кац. А. Л. Методические указания по прогнозированию пожарной опасности в лесах по условиям погоды / А. Л. Кац, В. А. Гусев, Т. А. Шабунина. – М.: Гидрометеоиздат, 1975. – 16 с.

2. Шерстюков Б. Г. Лесные пожары // Методы оценки последствий изменения климата для физических и биологических систем. – М., 2012. – С. 266–300.

3. Разработка многомасштабной версии глобальной модели атмосферы плав / М. А. Толстых [и др.] // Метеорология и гидрология. – 2015. – № 6. – С. 25–35.

Параллельная реализация численного решения двумерного уравнения переноса *

Смиян Н. С., Данилкин Е. А.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: mr.turner.x@gmail.com

В работе будет проведено распараллеливание численного решения двумерного уравнение переноса, описывающего процесс распространения воздушной газообразной примеси. Численное решение осуществляется на основе метода конечного объема, распараллеливание проведено с использованием библиотеки передачи сообщений MPI [1].

При дискретизации используются явная аппроксимация по времени, схема против потока для конвективных слагаемых и центрально разностная схема для диффузионных слагаемых. При численном решении использовались данные полей ветра над Томском и источник с постоянной интенсивностью в центре области исследования.

Задача состоит в том, чтобы распараллелить данный алгоритм для работы в многопроцессорной системе с распределенной памятью. Разработка программной реализации поставленной задачи выполнена на языке программирования C++ с использованием библиотеки MPI и одномерной геометрической декомпозиции исходной области [2].

Литература

1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. / М: Энергоатомиздат, 1984. - 149 с.

2. Старченко А.В., Берцун В.Н. Методы параллельных вычисле- ний. / Томск: ТГУ, 2013. - 225с.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1723.2017.5.

Вычисление цифр, не зная предыдущих, для некоторых иррациональных констант

Тронина А. А., Зюзьков В. М.

ТГУ, Томск
e-mail: tronina.anya@gmail.com

Символическое вычисление может привести к неожиданным и новым формулам для известных констант. Так в конце 1995-го Дэвид Бэйли, Питер Борвайн и Саймон Плафф сделали шокирующее открытие, что число Пи равняется такому бесконечному ряду [1,2].

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k}\left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6}\right)$$

Интерес этого открытия состоит в том, что ряд позволяет найти миллионную цифру числа Пи по основанию 16, используя только точность машины и не прибегая к известным предыдущим цифрам. В работе рассмотрена функция в Mathematica для отыскания цифр после заданной n-ной позиции для различных иррациональных констант по основанию 2^k.

Литература

1. Stan Wagon. Mathematica in Action // Department of Mathematics and Computer Science, Macalester College. – 2010. – 3d edition. – P. 473-490.

2. David Bailey. The BBP Algorithm for Pi / David H. Bailey. – 2006. – P. 1-7.

Алгоритмы электронно-цифровой подписи

Хамидов А. Н., Шельмина Е. А.

e-mail: alexsandrovi498@gmail.com

Целью представляемой работы является обзор и сравнение алгоритмов: "RSA"и "DSA". Данные алгоритмы используются для шифрования и дешифрования электронной подписи [1].

Алгоритм RSA заключается в следующем: для начала надо подобрать открытые и закрытые ключи, для этого подбираем два простых, случайных числа и перемножаем их, в итоге получаем число N потом, вычисляем F(N) "функцию Эйлера от N"и с помощью формулы вида:

$$d = \frac{k * F(N) + 1}{b}$$

k-это произвольное число.

Получаем наш закрытый ключ d, a b должна быть не четной и не должна совпадать с делителями F(N), N и b - это наши открытые ключи, a d - это наш закрытый ключ. Таким образом мы получаем открытый замок вида

$$M^b mod N = A.$$

Где M - это исходные данные, а A результат после шифрования. Процесс дешифровки F выполняется с помощью закрытого ключа d в виде:

$$A^d = M mod N.$$

Алгоритм DSA содержит почти те же действия, только имеет некоторые различия, например:

1. Алгоритм DSA используется только для создания и проверки электронно-цифровой подписи.

2. Алгоритм DSA при генерации ключей используют дискретный логарифм, а не целочисленную факторизацию как в случае с RSA.

Литература

1. Черемушкин А.В. Лекций по арифметическим алгоритмам в криптографии.-МЦНМО,2002.-104с.

Математическое моделирование процессов биологической очистки сточных вод на основе модели Кенейла

Хуторная А. И.

ТГУ, Томск
e-mail: anas-kh@yandex.ru

Модель Кенейла описывает более сложную пищевую цепочку между растворимым субстратом, гетеротрофной бактерией и простейшей реснитчатой. Математически модель представляет собой систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{cases} \frac{dL}{dt} = -\frac{1}{Y}\frac{\mu_m LX}{K_L+L}, \\ \frac{dX}{dt} = \frac{\mu_m LX}{K_L+L} - \frac{f_m XP}{g(K_x+x)}, \\ \frac{dP}{dt} = \frac{f_m XP}{K_x+x} \end{cases}$$

с соответстующими начальными условиями: $X(0) = X_0$, $L(0) = L_0$, $P(0) = P_0$, где μ_m - максимальная удельная скорость роста микроорганизмов; X - биомасса бактерий; L - концентрация субстрата; P - концентрация простейших; K_L - константа полунасыщения загрязнения; Y - коэффициент трансформации субстрата в биомассу, или экономический коэффициент; f_m - максимальная удельная скорость роста простейших; K_x - константа полунасыщения бактерий; g - экономический коэффициент простейших.

С помощью модели Кенейла в работе моделируются более сложные пищевые цепи, включающие несколько видов бактерий и простейших [2]. Численная реализация всех моделей осуществяется с помощью неявного метода Эйлера. Исследуются вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости метода [3]. Результаты расчетов представлены в виде графиков.

Литература

1. Вавилин В.А. Нелинейные модели биологической очистки и процессов самоочищении в реках. - М.:Наука. - 1983. - 156 с.

2. Curds C.R. Computer simuliations of some complex microbial food chains // Water Research. - 1974. - Vol.8, №10. - P.769-780.

3. Меркулова Н.Н., Михайлов М.Д. Методы приближенных вычислений. - Томск: изд-во ТГУ. - 2007. - ч.2.-287 с.

2D и 3D графика в среде MATLAB

Ясинская Д. А.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: 12345yasinskaya@gmail.com

В работе рассматриваются геометрические преобразования двумерных и трехмерных объектов и способы визуализации в среде MATLAB.

Изучаются матричные преобразования переноса, вращения и масштабирования на плоскости и в пространстве[1], а также рассматриваются преобразования, использующие однородные координаты[2]. Приводятся примеры преобразований плоских геометрических фигур и поверхностей. Расчеты и визуализация реализуется в среде MATLAB[3]. Даются описание функций и команд MATLAB, позволяющих строить и форматировать 2D и 3D графику.

Литература

1. Казанцев А.В. Основы компьютерной графики. Тексты специального курса лекций. Казань: КГУ, 2001.

2. Шелестов А.А. Компьютерная графика. Учебное пособие. Томск: ТУСУР, 2012.

3. http://matlab.exponenta.ru/index.php (Дата обращения 14.04.2018)

СЕКЦИЯ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Неравенство Дуба для максимума мартингала с дискретным временем

Борькина Э. Б.

Томский государственный университет
e-mail: elya.borkina@gmail.com

Теория мартингалов хорошо иллюстрирует историю становления математической теории вероятностей – ее основные понятия были навеяны практикой азартных игр. Затем эта теория стала основным математическим инструментом макроэкономики при анализе финансовых рынков.

Определение Пусть $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P})$ - вероятностное пространство, $(\mathscr{F}_1 \subseteq \mathscr{F}_2 \subseteq \ldots \mathscr{F}_n \subseteq \mathscr{F})$ – неубывающее семейство σ-подалгебр $\mathscr{F}$. Последовательность $X = (\xi_n, \mathscr{F}_n)$, $n = 1, \ldots, N$, называется *мартингалом(субмартингалом)*, если

$$E|\xi_n| < \infty, \ n = 1, \ldots, N \qquad (1)$$

и

$$E(\xi_n|\mathscr{F}_m) = \xi_m \quad (E(\xi_n|\mathscr{F}_m) \geq \xi_m) \quad n \geq m \quad (\mathbf{P} - \text{п.н.}). \qquad (2)$$

Теорема(Неравенство Дуба для максимума) Пусть $X = (\xi_t, \mathscr{F}_t)$, $n = 1, \ldots, N$, — неотрицательный субмартингал. Пусть $E\xi_N^p < \infty$ $(1 < p < \infty)$. Тогда $E[max_{n \leq N} \xi_n]^p < \infty$ и

$$E[\max_{n \leq N} \xi_n]^p \leq (\frac{p}{p-1})^p E\xi_N^p. \qquad (3)$$

Матрингалы используются также в теории деления атомного ядра, генетике, теории информации и др..

Литература

1. Липцер Р.Ш. Статистика случайных процессов /Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев – М.Наука, – 1974. – С.696.

Анализ выручки как функции затрат

Визгалов И. Е.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: ilya.vizgalov@bk.ru

Одной из задач регрессионного анализа является установление и количественная оценка связи и влияния нескольких (или одной) независимых переменных на зависимую переменную. В зависимости от количества независимых переменных регрессионные модели подразделяются на модели парной регрессии и модели множественной регрессии. В работе использовалась модель парной линейной регрессии:

$$y = a + bx + \varepsilon,$$

где x и y - это затраты и выручка, a и b - коэффициенты регрессии, ε - случайная ошибка модели [1].

Целью работы является построение модели парной линейной регрессии и оценка параметров методом наименьших квадратов.

Для анализа использовались данные из отчета компании ОАО "Вымпел-коммуникации" по услугам связи за период 2004-2016 годы. Выбраны данные по выручке, затратам и прибыли от продаж.

Для построения модели использовалась среда Excel. Данные были приведены в виде таблицы, а также построен график зависимости выручки от затрат и вычислен выборочный коэффициент корреляции [2]. В ходе работы были вычислены коэффициенты:

$$a = 35558035.65, b = 1.163087451$$

Литература

1. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс: Учеб.- 6-е изд., перераб. и доп.- М.:Дело, 2004.-576 с.

2. Ивченко Григорий Иванович, Медведев Юрий Иванович. Математическая статистика:Учебник.-М.:Книжный дом "ЛИБРОКОМ",2014.-352 с.

Обнаружение "разладки"в параметрах линейной модели

Клемешова А. И., Емельянова Т. В.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: anya-3.4@mail.ru

При моделировании временных рядов важное значение имеет сохранение вероятностных характеристик. Момент, когда свойства исследуемого процесса меняются, можно считать моментом "разладки". Алгоритмы для решения такой задачи- задачи обнаружения разладки (change point)- широко применяются в различных областях знаний, таких как контроль качества в промышленности, исследование финансовых рынков, медицинская диагностика.

В работе сравниваются два алгоритма: CuSum и алгоритм, основанный на отношении правдоподобия для авторегрессионной модели вида:

$$X_t = \delta + \phi * X_t - 1 + \omega_t. \tag{1}$$

Численное сравнение двух алгоритмов показало, что при разнице в параметрах $|\phi_0 - \phi_1| > 0.3$ более эффективным является алгоритм, основанный на отношении правдоподобия. В противном случае, при хорошем подборе порога, более эффективным является алгоритм CuSum.

Литература

1. Конев В.В. Последовательные оценки параметров стохастических динамических систем - Томск: Томский университет, 1985. С. 134-151.

2. Конев В.В., Назаренко Б.Н. Экспериментальное исследование непараметрической процедуры CUSUM для обнаружения разладки в авторегрессионных моделях с неизвестным конечным параметром -Томск: Томский Государственный Университет, 2016. С.66-67.

3. Fang Yuan. Tests for Change-Point of the AR(1) Model/ Fang Yuan , Kang Ling James/-The UNIVERSITY OF MINNESOTA, 2013, p 5-21.

Об оценивании параметров тригонометрического сигнала с зависимыми шумами

Конищева А. А., Емельянова Т. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: koniantonina@yandex.ru

В настоящее время разработаны различные методы оценивания параметров сигналов с дискретным и непрерывным временем на фоне аддитивных помех при различных уровнях заранее известной информации о типе сигнала и виде помех [3, 4]. Для случая дискретного времени задача оценивания параметров сигналов наиболее полно исследована в случае, когда помехи являются последовательностью независимых случайных величин. Но существует проблема выделения сигналов при шумах с неизвестными спектральными свойствами, которая менее изучена, так как наличие дополнительных неизвестных параметров шума значительно усложняет задачу точности оценивания параметров сигнала.

В данной работе рассматривается задача оценивания коэффициентов тригонометрического сигнала с зависимыми шумами в случае неизвестой дисперсии. С помощью специального правила остановки наблюдений осуществляется построение последовательного плана $\{\tau(\tilde{h}), \alpha^*(\tilde{h})\}$. В работе представлены два основных результата, характеризующие среднюю длительность последовательного плана и точность последовательных оценок неизвестных параметров. Проведено численное моделирование тригонометрического сигнала с зависимыми шумами типа авторегрессии первого порядка.

Литература

1. Емельянова Т.В., Конев В.В. О последовательном оценивании периодического сигнала на фоне авторегрессионного шума // Вестник ТГУ. Математика и механика. 2015. №2(34). С. 18-29.

2. Galtchouk L., Konev V. On Sequential Least Squares Estimates of Autoregressive Parameters // Sequential Analysis. 2005. V. 24. No. 4. P. 335-364.

3. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. М.: Наука, 1974.

4. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976.

О задаче разделения траекторий

Костина А. В., Емельянова Т. В.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: alishaqueenkost@gmail.com

В современных условиях математическое моделирование широко используется в различных областях знаний, таких как физика, биология, медицина, экономика и финансовая инженерия. Для улучшения качества работы маркетинговой службы торговых предприятий одной из актуальных задач является задача выделения группы покупателей — buying group — аппаратурой видеонаблюдения в магазине, поскольку отсутствие покупки членом такой группы не является просчетом маркетинговых служб.

В работе рассматриваются метрики в различных функциональных пространствах и их использование для разделения траекторий движения покупателей по магазину.

Литература

1. Ермаков С. М. Метод Монте Карло и смежные вопросы // Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1971

2. Яковлев Г. Н. Функциональные пространства // Московский физико-технический институт (государственный университет), 2000

О моделировании курса криптовалюты

Лоншаков К. П.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: lonshakov199745@gmail.com

Определение 1. *Криптовалюты-разновидность цифровой валюты, создание и контроль за которой базируются на криптографических методах.*

На фоне активной биржевой торговли криптовалютами и размышлений об их будущем естественным образом появляются исследования динамики их курса и попытки использования математических методов для прогнозирования будущих показателей. Большинство из них лежит в области анализа временных рядов и их финансового положения-технического анализа.

Криптовалютные пары имеют достаточно динамичные взаимоотношения. Иногда они двигаются в одну сторону, а порой- в абсолютно противоположных направлениях.

В определенных случаях рынок создает ситуации, когда много криптовалют одновременно начинают движение вверх или вниз, в зависимости от происходящих событий, тогда как в других ситуациях те же криптовалютные пары показывают минимальную ценовую корреляцию или ее полное отсутствие.

В данной работе были вычислены ранговые коэффициенты корреляции Спирмена,Пирсона и Кэнделла, показывающие зависимость между криптовалютами(биткоин и ефериум) и международными валютами(евро,доллар), а также с помощью метода наименьших квадратов выделен тренд временного ряда.

Литература

1. https://bits.media/news/v-pogone-za-liderom-analiz-korrelyatsii-tsen-kriptovalyut/
2. https://ru.wikipedia.org/wiki/Криптовалюта
3. Суслов В.И. Эконометрия. — М.: «СО РАН», 2005.

Улучшенное оценивание функции сноса диффузионных процессов *

Макарова И. А., Пчелинцев Е. А.

ТГУ, Томск
e-mail: irina_ makarova_ mmf@mail.ru

Работа посвящена статистической идентификации диффузионного процесса, задаваемого стохастическим дифференциальным уравнением вида

$$dy_t = S(y_t)\, dt + dw_t\,, 0 \le t \le T, \tag{1}$$

где $(w_t)_{t\ge 0}$ – винеровский процесс, S - неизвестная 1-периодическая функция из $L_2[0,1]$. Задача состоит в том, чтобы оценить функцию $S(x)$, $x \in [a,b]$, по наблюдениям процесса $(y_t)_{0\le t\le T}$. В [1] для оценивания функции S в (1) предложены взвешанные оценки МНК. В данной работе разработан метод, позволяющий повысить асимптотическое качество оценивания в модели (1) [2].

Литература

1. Galtchouk L., Pergamenshchikov S. Asymptotic efficient sequential kernel estimates of the drift coefficient in ergodic diffusion processes // Statistical Inference for Stochastic Process. 2006. V.9. No. 1. P. 1-16.

2. Макарова И.А., Пчелинцев Е.А. Об оценивании функции сноса в диффузионных процессах. // Сборник статей Международной научной конференции «Робастная статистика и финансоваяматематика–2017». Томск : Издательский Дом Томского государственного университета, 2017.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 17-11-01049.

Моделирование динамики цен рисковых активов на основе ARMA-модели

Никифоров Н. И.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск
e-mail: Nikitanikiforov_97@mail.ru

Моделирование и прогнозирование рисковых активов финансового рынка является актуальным вопросом современных исследований. В данной работе предлагается ARMA(p,q) - модель для описания динамики цен акций компании The Coca - Cola Company на основе данных, взятых с сайта Finam.ru, за период с 01.04.17 по 01.04.18. Наиболее адекватной моделью получилась ARMA(1,1) вида : $y_t = -0.6y_{t-1} + 0.74\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$, где y_t - цена акций в момент времени t, а $(\varepsilon_t)_{t\geqslant 0}$ - процесс "белого шума"[1].

При построении модели изучены статистические методы идентификации и анализа моделей временных рядов типа ARMA(p,q). В том числе критерии проверки статистических гипотез о стационарности ряда и адекватности полученной модели [2].

Численный анализ данных и исследование качества модели осуществлялся в среде RStudio.

Литература

1. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: Фазис, 1998. Т. 1

2. Айвазян С.А. Эконометрика - 2: продвинутый курс с приложениями в финансах: Учеб./ Д. Фантаццини; -М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014ю -944 с.

Неравенство о числе пересечений мартингалом заданного интервала

Ним В. Д.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: badhelper@gmail.com

Теория мартингалов является важной частью современного стохастического анализа. Эти процессы находят широкое применение при решении задач финансовой математики, статистической физики и т. д.

В данной работе изучается фундаментальный результат теории мартингалов – неравенство Дуба о числе пересечений мартингалом с дискретным временем заданного интервала (a, b) [1].

Определение 1. *Числом $\beta = \beta(a, b)$ пересечений снизу вверх интервала (a, b) называется то максимальное m, для которого момент $\tau_{2m} = min\{\tau_{2m-1} < n \leq N : x_n \geq b\}$ определен.*

Теорема 1. *Если $X = (x_n, \mathscr{F}_n)$, $n = 1, ..., N$, – субмартингал, то*

$$\mathbf{E}\beta(a, b) \leqslant \frac{\mathbf{E}[x_N - a]^+}{b-a} \leqslant \frac{\mathbf{E}x_N^+ + |a|}{b-a}.$$

Литература

1. Липцер Р. Н., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. С. 46 – 52.

Многокритериальные задачи принятия решений. Метод анализа иерархий. Метод ELECTRE.

Нурбаев А. С.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, г.Томск
e-mail: aidar.nurbayev@mail.ru

Как в жизни человека, так и в повседневной деятельности организаций или общества в целом, принятие решений является важнейшей составляющей, которая определяет их будущее. При выборе решений главную роль играет анализ их последствий. К сожалению, для подавляющего большинства решений, принимаемых человеком, последствия нельзя точно рассчитать и оценить. Человек может лишь предположить, что определенный вариант решения приведет к определенному результату. Такое предположение, конечно, может оказаться ошибочным, потому что далеко не всегда удается учесть все факторы, влияющие на результат принятого решения.

Исследованием различных аспектов процесса принятия решений как отдельными людьми, так и группами лиц занимается теория принятия решений. Развитие этой теории способствует разработке методов, которые могут оказать реальную помощь людям в процессе принятия решений. Одними из самых популярнов методов решения многокритериальных задач принятия решений являются - метод анализа иерархий(МАИ) и метод ELECTRE.

В работе рассматривается задача выбора оптимального банка клиентами, приводятся примеры решения данной задачи методом анализа иерархий и методом ELECTRE. Целью работы является изучение используемых методов.

Литература

1. Лотов А.В., Поспелова И.И Многокритериальные задачи принятия решений г.Москва - 2008

2. Уткин Л.В. Лекции по курсу "Принятие решений в условиях неопределенности"(Глава 6 Многокритериальное принятие решений)

Процедура выбора модели для оценивания функции сноса в диффузионных моделях [*]

Перелевский С. С., Пчелинцев Е. А.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: slavaperelevskiy@mail.ru, evgen-pch@yandex.ru

Пусть на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ задано стохастическое дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\mathrm{d}y_t = S(y_t)\,\mathrm{d}t + \mathrm{d}w_t\,, \quad 0 \le t \le T\,, \tag{1}$$

где $(w_t)_{t\ge 0}$ – винеровский процесс, начальное значение y_0 – некоторая заданная постоянная, и $S(\cdot)$ – неизвестная функция сноса. Задача состоит в том, чтобы оценить функцию $S(x)$, $x \in [a, b]$, по наблюдениям процесса $(y_t)_{0\le t\le T}$. Для оценивания функции S в [1] предложена асимптотически эффективная процедура выбора модели на основе взвешенных оценок МНК. Поскольку неасимптотическое качество оценивания в непараметрических моделях, как правило, низкое, то актуальной является задача его улучшения. Для повышения точности оценивания в моделях с непрерывным временем в работе [2] развит метод Джеймса-Стейна, суть которого заключается в построении специальной процедуры сжатия оценок МНК. В данной работе для оценивания функции S в (1) предлагается адаптивная улучшенная процедура выбора модели. Для квадратического риска построенной процедуры получено точное оракульное неравенство, позволяющее доказать ее эффективность.

Литература

1. Galtchouk, L.I. and Pergamenshchikov, S.M. (2006) Asymptotically efficient sequential kernel estimates of the drift coefficient in ergodic diffusion processes // *Statistical Inference for Stochastic Processes*. **9**, 1-16.

2. Pchelintsev E., Pergamenshchikov S. Oracle inequalities for the stochastic differential equations // Stat. Inference Stoch. Process. 2018. https://doi.org/10.1007/s11203-018-9180-1.

[*] Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (проект № 2.3208.2017/4.6).

Адаптивное оценивание функции регрессии по неполным данным с шумами импульсного типа *

Повзун М. А., Пчелинцев Е. А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: povzunyasha@gmail.com

При обработке сигналов или анализе экономических показателей часто используются модели, описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями. В данной работе рассматривается регрессионная модель вида:

$$dy_t = S(t)dt + d\xi_t\,, \quad 0 \leqslant t \leqslant n, \tag{1}$$

где S — неизвестная 1-периодическая функция, $S \in \mathcal{L}_2[0,n]$, ξ_t — шум, моделируемый процессом Леви [1]. Задача состоит в том, чтобы оценить функцию $S(t)$ по дискретным наблюдениям $\left(y_{t_j}\right)_{0\leqslant j\leqslant np}$ процесса $(y_t)_{t\geqslant 0}$. Предлагается оценка вида $S^* = \sum_{j=1}^{np} \lambda(j)\theta^*_{j,p}\phi_j$, где $\lambda(j)$ — весовые коэффициенты, ϕ_j — тригонометрический базис, а $\theta^*_{j,p}$ — улучшенная оценка коэффициентов Фурье.

В работе доказано, что предложенная оценка является улучшенной версией оценки МНК. Разработана процедура выбоа модели на основе улучшенных взвешенных оценок МНК. Получено точное оракульное неравенство для среднеквадратического риска процедуры [2].

Литература

1. Pchelintsev E.A., Pergamenshchikov S.M. Oracle inequalities for the stochastic differential equations // Statistical inference for stochastic processes.- 2018.- https ://doi.org/10.1007/s11203-018-9180-1

2. Pchelintsev E.A. Nonasymptotic sharp oracle inequality for the improved model selection procedures for the adaptive nonparametric signal estimation problem / E. A. Pchelintsev, V. A. Pchelintsev, S. M. Pergamenshchikov // Communications. Scientific Letters of the University of Zilina.- 2018.- 20(1).- P. 72 – 76.

*Работа выполнена в рамках госзадания Минобрнауки РФ, проект № 2.3208.2017 / 4.6.

Стохастические модели типа GARCH(p,q) для описания доходностей рисковых активов

Степаненко А. С.

Национальный исследовательский Томский государственный университет
e-mail: d107252@rambler.ru

На данный момент существует множество методов прогнозирования рисковых активов финансового рынка. В работе рассматриваются временные ряды и стохастическая модель типа $GARCH(p, q)$ с дискретным временем [1].

Целью работы является изучение модели $GARCH(p, q)$ и её применение к анализу реальных временных рядов.

При построении модели, с использованием вероятностно - статистического аппарата, важными критериями являются стационарность исходного ряда, а так же адекватность построенной модели [2]. На первом этапе происходит идентификация, заключающаяся в оценивании параметров. На последующих этапах проверяется адекватность с помощью статистических критериев [2]. В процессе исследования получены численные результаты, с использованием среды R Studio.

Литература

1. Ширяев А.Н. Основы стахостической финансовой математики. Том 1. Факты. Модели. – М. : ФАЗИС, 1998. – 512 с.

2. Айвазян С.А. Эконометрика - 2: продвинутый курс с приложениями в финансах: Учеб. / С.А.Айвазян, Д. Фантаццини; - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 944 с.

Статистическое моделирование потока посетителей в зонах наблюдения

Степанова Е. А., Емельянова Т. В.

Томский Государственный Университет
e-mail: zhenyutka@mail.ru

Невозможно представить современную науку без широкого применения математического моделирования. Оно представляет широкие возможности для решения практических задач как в макроэкономике, так и в разрезе конкретного предприятия.

Целью данной работы является построение модели, адекватно описывающей количество посетителей в определенной зоне круглосуточного магазина, в течение некоторого периода времени.

Рассматриваются различные стохастические модели: линейная модель типа ARIMA(p,d,q)вида

$$\Delta^d X_t = c + \sum_{i=1}^{p} a_i \Delta^d X_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \tag{1}$$

где X_t - нестационарный временной ряд; ε_t - стационарный временной ряд; c, a_i, b_j - параметры модели; Δ^d - оператор разности временного ряда порядка d; и модель с авторегрессионной условной гетероскедастичностью типа GARCH(p,q) вида

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} b_j \sigma_{t-j}^2 \tag{2}$$

где σ_t^2 - условная дисперсия процесса; a_i, b_j - параметры модели;

Показано, что временной ряд посетителей в магазине наилучшим образом описывается моделью GARCH(1,1).

Результаты работы могут быть использованы для обнаружения разладки в аппаратуре видеонаблюдения.

Литература

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Ч. 1,2. - М.: Мир, 1974.

2. Суслов В.И., Ибрагимов Н.М., Талышева Л.П., Цыплаков А.А. Эконометрика. - НСК.: НГУ, 2005. - 742 с.

3. Носко В.П. Введение в регресионный анализ временных рядов. - М.: НФПК, 2002. - 273 с.

Бутстрап метод для анализа качества нелинейных моделей временных рядов

Филимонова Ю. О.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: yulya.filimonova.1994@list.ru

В настоящее время AR(d)/GARCH(p,q) модель представляет собой отфильтрованную версию процесса GARCH(p,q) [1]. Эта модель определяется следующим уравнением:

$$X_t = \theta + \sum_{i=1}^{d} \alpha_i X_{t-i} + \varepsilon_t,$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t * \upsilon_t,$$

$$\sigma^2 = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^{q} \gamma_k \sigma_{t-k}^2.$$

Система бутстрап реализаций для AR/GARCH процесса неразвита. Цель данной работы заключается в построении алгоритма бутстрапирования временных рядов, которые можно описать моделями типа AR/GARCH [2]. Проводится идентификация и статистический анализ рассматриваемых процессов на основе полученных модифицированных данных [3]. Устанавливается, что предлагаемый бутстрап-метод позволяет повысить достоверность статистических выводов для исследуемых моделей.

Литература

1. Mousazadeh S., Cohen I. AR-GARCH in presence of noise: parameter estimation and its application to voice activity detection // Senior Member, IEEE. 2011. V. 19. No. 4. P. 1-11.

2. Lee S., Hansen B. Asymptotic theory for the GARCH(1,1) quasimaximum likelihood estimator// Econometric Theory. 1994. No. 10. P. 29-52.

3. Андерсон Т. Статистический анализ временных временных рядов. М.: Мир, 1976. С.115-186.

Непараметрический метод сегментации временных рядов

Шерстобитова А. О., Емельянова Т. В.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: annasherstobitova06@gmail.com

В задачах обработки временных рядов часто встречается ситуация, когда временной ряд порожден различными механизмами генерации, однако у исследователя нет никакой априорной информации об этих механизмах. Для извлечения адекватной информации из массива данных необходима предварительная сегментация ряда на однородные подмассивы данных, без чего нельзя строить математические модели, оценивать параметры и т.д.

В конце 1970-х годов была высказана идея [2] о том, что задача обнаружения изменений в любой вероятностной характеристике случайного процесса может быть сведена к задаче обнаружения изменений математического ожиданий в специальном диагностическом процессе, конструирующемся в ходе реализации процесса по исходным данным. Эта идея позволяет обнаруживать изменения любых вероятностных характеристик и осуществлять сегментацию исходного временного ряда [1].

Рассматривается проблема разделения временных рядов произвольной природы X_t (стохастических, детерминированных или смешанных) на сегменты, порожденные одним механизмом, а также обнаружения момента смены τ одного механизма генерации другим. На основе параметров ε-сложности рассматривается новая методология сегментации временных рядов, которая не требует каких-либо априорных знаний о механизмах их генерации.

Литература

1. Дарховский Б.С., Пирятинская А. Новый подход к проблеме сегментации временных рядов произвольной природы, Тр. МИАН, 2014, т. 287, с. 61-74

2. Brodsky B.E., Darkhovsky B. S. Non-parametric statistical diagnosis: Problems and methods. Dordrecht: Kluwer, 2000.

СЕКЦИЯ

ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Занимательность учебного материала как средство развития познавательного интереса школьников

Аникина Л. А.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: anli@sibmail.com

Как вызвать интерес к учению и сделать так, чтобы учение стало потребностью? К. Д. Ушинский считал, что интерес – это «основной внутренний механизм успешного учения». В современной педагогике отмечается, что в познавательном интересе заключены большие возможности для обучения, для развития и формирования личности ученика в целом. А благоприятным для процесса обучения является интерес осознанный, широкий, с выраженной доминантой и основанный на внутренней мотивации обучающегося. Значит, перед учителем стоит задача, найти средства и приемы, позволяющие вызвать интерес у обучающихся, удержать этот интерес и создать условия для его развития и перехода на более высокий уровень.

Одним из таких средств можно считать включение в урок различных приемов занимательности, которые реализуются через сюжетную линию и разнообразие форм подачи учебного материала, игровые ситуации, проектную деятельность, знакомство с этимологией математических терминов, математическими парадоксами, софизмами и фокусами, включение исторических этюдов и др. Если это сделать методически грамотно, то грань между занимательным и учебным материалом становится незаметной, а серьезная наука математика – увлекательной для школьников.

Алгоритмические решения компьютерных тестов по теме "Площади фигур"

Бумагина Е. А.

Томский государственный университет,
Томский физико-технический лицей, г. Томск
e-mail: milenaalex88@sibmail.com

Для 8-го класса в программе Айрен был создан комплекс из четырех тестов по теме «Площади фигур». В Айрен вопрос любого типа можно сопроводить сценарием – программой на языке Паскаль, которая выполняется перед показом вопроса тестируемому. Значения переменных после выполнения программы подставляются в текст вопроса и вариантов ответов в места, обозначенные маркерами \$(*имя переменной*). Таким образом, можно создавать вариативные задания, отдельные элементы содержания которых изменяются от тестируемого к тестируемому и при каждой новой попытке прохождения теста. Рассмотрим примеры заданий, потребовавшие создания специальных алгоритмов.

Пример 1. Стороны прямоугольника относятся как \$(k):\$(m). Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен \$(P).

Эталон ответа: \$(S).

Сценарий генерирует два разных случайных числа $k1$ и $m1$, которые задают отношение сторон прямоугольника. Затем по алгоритму Евклида находит их НОД, сокращает дробь $\frac{k1}{m1} = \frac{k}{m}$, случайным образом генерирует коэффициент x, вычисляет периметр $P = 2(k+m)x$ и площадь $S = kmx^2$ этого прямоугольника.

Этот же сценарий используется для другого задания.

Пример 2. Стороны прямоугольника относятся как \$(k):\$(m). Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна \$(S).

Два этих задания находятся в одном разделе и профиль теста настроен так, что выбирается одно задание из раздела.

Рассмотрим еще пример, в котором для корректной постановки вопроса используются свойства геометрических фигур.

Пример 3. Периметр трапеции равен \$(p). Непараллельные стороны равны \$(c) и \$(d), а высота трапеции равна \$(h). Найдите площадь этой трапеции.

Сценарий генерирует случайную высоту трапеции h. Потом генерирует боковые стороны c и d (они должны быть больше высоты).

С помощью теоремы Пифагора находит x – сумму проекций боковых сторон на основание. Затем генерирует верхнее основание a, вычисляет нижнее основание b, периметр и площадь трапеции.

Методы решения стереометрических задач на нахождение угла между двумя прямыми

Казанцева А. И., Гриншпон Я. С.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: tisan91@mail.ru

Для решения стереометрических задач на нахождение угла между двумя прямыми можно использовать классический и координатно-векторный методы. Классический метод основан на выполнении удобного параллельного переноса прямых и применении теоремы косинусов. Классический метод требует от школьников хорошо развитого пространственного воображения и глубокого знания аксиом, теорем и определений стереометрии.

В координатно-векторном методе стереометрическая конструкция помещается в прямоугольную систему координат и угол чисто вычислительно выражается из формулы скалярного произведения векторов. Изучение координатно-векторного метода позволяет школьникам, испытывающим затруднения с пространственным видением, успешно справляться с решением задач.

Кроме того, сравнение различных методов решения одной и той же задачи развивает творческое мышление учащихся, способствует более осознанному подходу к выбору метода решения.

В работе рассмотрены примеры решения задач на нахождение угла между двумя прямыми обоими методами. Для удобства освоения этих методов задачи разделены на 6 типов, в зависимости от рассматриваемых в них многогранников: 1) прямоугольный параллелепипед; 2) треугольная призма; 3) шестиугольная призма; 4) треугольная пирамида; 5) четырехугольная пирамида; 6) шестиугольная пирамида.

Литература

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Киселева Л.С., Позняк Э.Г. Геометрия. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2009. - 255 с.

2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М.: Физматлит, 2004. - 224 с.

Методы решения задач на десятичную запись натурального числа

Лапатин А. Л.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: lapatin.lesha@yandex.ru

Задачи о натуральных числах, содержащие условие о десятичной записи числа, традиционно не входит в общеобразовательный курс математики. Однако выпускникам на государственном экзамене предлагается такая задача, как для профильного, так и для базового уровня.

В работе представлены основные подходы к решению подобных задач, взятых из открытых источников.

Задача. Найдите наименьшее четырехзначное натуральное число, кратное 55.

Можно выделить три подхода к решению этой задачи — перебор вариантов, алгебраический, логический.

Перебор состоит в рассмотрении первых 46 четырехзначных чисел, так как число 1045 уже удовлетворяют условию. Можно ускорить перебор, рассматривая только числа, оканчивающие на 5 или на 0 (согласно признаку делимости на 5).

Алгебраический подход. Обозначим цифры числа за a, b, c, d. Положим a и b наименьшими, т.е. $a = 1$ и $b = 0$, а $d = 0$ или $d = 5$. Применим признак делимости на 11 и ограничение $0 \leqslant c \leqslant 9$. Получим совокупность: $\left[\begin{array}{l} 1-0+c-0=0, \\ 1-0+c-5=0 \end{array}\right.$. Второе уравнение при $c = 4$ дает искомое число 1045.

Логический подход. Заметим, что если число кратно 55, то следующие за ним 54 числа не кратны 55. Так как $550 \vdots 55$, то $2 \cdot 550 \vdots 55$, $1100 - 55 = 1045 \vdots 55$, $1045 - 55 = 990 \vdots 55$. Значит, 1045 – искомое.

Литература

1. Образовательный портал «Решу ЕГЭ» [Электронный ресурс]: – Режим доступа: https://mathb-ege.sdamgia.ru/test?theme=229, свободный (дата обращения 13.04.2018).

Математический и программный подходы к решению теоретико-числовых задач

Лемешко Д. Д., Гриншпон Я. С.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: dmitriy-lemeshko@mail.ru, grinshpon@mail.ru

При решении некоторых теоретико-числовых задач возникает ситуация, когда удается доказать существование числа или множества чисел, удовлетворяющих условию, но не удается указать само это число или составить алгоритм нахождения множества данных чисел (например, при применении принципа Дирихле). Часто искомые числа настолько велики, что получить их переборно без использования компьютера не представляется возможным.

При изучении таких задач полезно рассмотреть обе возможности решения: теоретическое решение (известно существование объекта, но непонятно, как конкретно он выглядит) и практическое решение с применением компьютера.

Как правило, и математическое и программное решения таких задач легко переносятся на другие значения параметров, входящих в условие, но при этом математический подход позволяет обобщить задачу на общий случай произвольных параметров, программный же путь требует громоздкого повторения вычислительного эксперимента для каждого значения параметра. Например:

Задача 1. Первоклассник Петя умеет писать только одну цифру 1. Докажите, что он сможет записать число, делящееся на 2017.

Реализованный на языке PascalABC.net вычислительный эксперимент показал, что запись наименьшего такого натурального числа состоит из 2016 единиц (то, что это число подходит, следует и из малой теоремы Ферма). Теоретическое же решение показывает, что задача верна для любых чисел, взаимно простых с 2 и с 5.

Планируется рассмотрение следующих задач [1]:

Задача 2. В последовательности цифр 1234096... каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы предыдущих четырех цифр. Встретятся ли в этой последовательности подряд четыре цифры 8123?

Задача 3. Докажите, что в записи числа 2^{30} есть по крайней мере две одинаковые цифры.

Литература

1. Интернет-проект "Задачи". [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.problems.ru.

Исследование вовлеченности студентов в учебную деятельность на практических занятиях по математическому анализу

Ли О. И., Лазарева Е. Г.

Томский государственный университет, г. Томск
e-mail: o.lee.k@mail.ru, lazareva@math.tsu.ru

С целью повышения уровня посещаемости и активности студентов на практических занятиях по математическому анализу было проведено 7 практических занятий по теме «Неопределенный интеграл» с использованием элементов геймификации. Для этого была выбрана группа первого курса физического факультета (20 человек). Было создано игровое пространство: введены знаки отличия игроков (знаток и эксперт), сформулированы правила, по которым присуждаются эти знаки, составлена таблица достижений с открытым доступом для всех студентов группы.

После проведения занятий с элементами геймификации мы сравнили посещаемость студентов во время этих занятий и их активность на занятиях с посещаемостью и активностью на классических практических занятиях, которые были проведены ранее. Для сравнения были выбраны 7 занятий по теме «Предел последовательностей и функций». Получили следующие результаты: среднее число занятий, которые посетил студент, снизилось с 6,4 до 6,1. Среднее число выходов к доске за 7 занятий возросло с 1,4 до 2,1.

Ввиду малой численности группы было решено использовать непараметрический критерий, чтобы выяснить, случайны ли сдвиги, произошедшие в активности и посещаемости занятий. Мы воспользовались критерием Вилкоксона. Критические значение критерия находятся по таблице [1].

Получены следующие результаты. Для посещаемости Тэмп=46, Ткрит=60 ($\alpha = 0.05$), Тэмп<Ткрит, гипотеза о случайности снижения посещаемости отвергается. Для активности на занятиях Тэмп=30.5, Ткрит=43 ($\alpha = 0.01$), Тэмп<Ткрит, гипотеза о случайности повышения активности на занятиях отвергается.

Результаты говорят о том, что изменения в посещаемости и активности студентов не являются случайными.

Литература

1. Ликеш И., Ляга Й. Основные таблицы математической статистики. М.: Финансы и статистика, 1985.

Диагностика отдельных вычислительных навыков у школьников с ОВЗ

Новикова Н. В., Лазарева Е. Г.

МБОУ ООШИ №22, ТГУ, г. Томск
e-mail: novnat013@gmail.com, lazareva@math.tsu.ru

В школе-интернате для детей с ОВЗ имеются возможности для индивидуального дифференцированного подхода к обучающимся: небольшие классы (до 15 человек), адаптированная программа обучения. Чтобы успешно использовать эти возможности при обучении математике, следует подбирать такие методики для диагностики и контроля в образовательном процессе, которые бы выявляли индивидуальные проблемы учащихся. Цель работы – разработать методику диагностики, учитывающую все возможные элементарные навыки, необходимые для решения определенных математических заданий.

В начале учебного года учащиеся выполнили «входную» контрольную работу для проверки сформированности необходимых навыков к 7-му классу. В соответствии с адаптированной программой обучения формирование навыков было продолжено. Затем учащиеся решили вторую контрольные работы с аналогичными заданиями. Было проведено исследование динамики формирования навыков в малой группе учащихся с применением критерия Макнамары. Критерий оказался применим не для всех навыков. Однако мы установили, что в сложении чисел с переходом через разряд зафиксирована положительная динамика (со значимостью 0,825).

Для более детального исследования совершаемых ошибок при сложении многозначных чисел была подготовлена специальная проверочная работа, посвященная сложению. Процесс сложения двух многозначных чисел был разбит на 4 действия: правильная запись примера с учетом разрядов, сложение двух однозначных чисел, учет перехода через разряд, сложение трех однозначных чисел. Учащимся было предложено 22 задания, их решения были изучены с учетом верного выполнения всех вышеуказанных действий. Таким образом обнаружены ошибки, характерные для каждого ученика в отдельности. Учащиеся выполнили индивидуальную работу над ошибками.

Описанную методику учета элементарных действий, необходимых для сложения многозначных чисел, мы планируем распространить на другие математические навыки. По нашему мнению, эта методика имеет положительное влияние на математическое развитие учащихся с ОВЗ.

Компьютерная реализация решения задачи нахождения параметров треугольника по известным сторонам

Родикова Я. С., Гриншпон Я. С.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: Yana04@vtomske.ru

Информационные технологии широко используются в различных сферах современного общества, в том числе и в образовании. В школьном курсе геометрии принято выделять класс так называемых опорных задач. К ним, в частности, относят ряд важных вычислительных задач, основанных на умении применять основные геометрические формулы и теоремы.

Цель данной работы заключается в компьютерной реализации решения опорных геометрических вычислительных задач, изучаемых в рамках школьного курса геометрии в 7-9 классах (планиметрия). При этом, предполагается сопровождение всех предлагаемых вычислительных алгоритмов доказательствами их корректности и примерами решения школьных задач на основе данных алгоритмов.

Для программной реализации задач была выбрана среда разработки Lazarus, использующая язык программирования Object Pascal.

В качестве начальной задачи была выбрана задача нахождения параметров треугольника по известным трем сторонам.

Задача. Даны длины трёх сторон треугольника. Выяснить: существует ли треугольник с данными сторонами. Найти: периметр; площадь; углы; длины медиан; длины высот; длины биссектрис; радиусы вписанной и описанной окружностей; расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника.

В работе представлены алгоритм решения задачи в общем виде, математическое обоснование алгоритмов и компьютерная реализация, позволяющая решить задачу при любом допустимом наборе исходных данных.

Литература

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Позняк Э.Г., Юдина И.И. Геометрия. 7-9 классы: учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2014. - 383 с.

2. Образовательный портал ФИЗ/МАТ класс [Электронный ресурс]: – Режим доступа: http://www.fmclass.ru/index.php, свободный. – Загл. с экрана (дата обращения 21.11.2017).

Технологии обработки числовой информации в рамках школьного курса информатики и ИКТ

Турганова Н. В.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: sch-s25@mail.ru

Сегодня жизнь и деятельность человека прежде всего связаны с созданием, переработкой и передачей информации с помощью компьютерных информационных технологий. В настоящее время владение информационными технологиями становится базовым требованием к ученикам, оканчивающим современную школу.

Цель работы: разработка и создание банка заданий по теме «Обработка числовой информации с помощью современных компьютерных технологий» для 8, 9, 10 классов базового уровня и 10, 11 классов профильного уровня.

Курс разбит на несколько этапов:

— знакомство с основными понятиями числовых систем;

— выполнение вычислений в приложении MS EXCEL;

— формирование навыков обработки числовых данных в приложении PascalABC;

— выполнение операций с числовыми данными в приложении Lazarus;

— компьютерное моделирование (построение и исследование математических моделей).

Мной разработана программа элективного курса для углубленного изучения темы «Системы счисления», а также в сотрудничестве с моими учениками в приложениях Delphi, Lazarus и Айрен составлены тесты контроля знаний.

Литература

1. Чернов А.А. Конспекты уроков информатики в 9-11 классах. Волгоград: Учитель, 2004.

2. Златопольский Д.М. Я иду на урок информатики. Задачи по программированию, 7-11 классы. – М.: Первое сентября, 2001.

3. Кутугина Е.С. Арифметические и логические основы построения компьютера. Учебное пособие. – Томск, 2007

Тема «Множество» в проектной деятельности со школьниками 5 класса

Хорошкова Е. В.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск
e-mail: jane9876@yandex.ru

В данной работе мы рассматриваем опыт проведения мастер-класса по теме "Множество"с учениками пятых классов на занятиях внеурочной деятельности. Множество является базисным понятием в математике, и вместе с тем, знакомиться с ним можно в любом возрасте. В начальной школе и среднем звене школьной математики, понятие множества встречается крайне фрагментарно [1]. Внеурочная деятельность дает возможность изучить эту тему со школьниками нацеленными на математику. На внеурочной деятельности по математике в 5 классе были проведены 4 занятия по теории множеств. Темы уроков были следующие: понятие множеств, примеры множеств, круги Эйлера-Венна, операции над множествами, вычисление количества элементов конечных множеств. Для составления задач использовались элементы проектной деятельности: школьники собирали данные у одноклассников об их занятиях в различных кружках, и на основе этих данных рассматривались задачи на нахождение количества элементов объединения, пересечения, разности множеств. Дети научились применять полученные знания по теории множеств на практике при решении нестандартных задач. В результате нашего обучения школьники успешно выступили на конференции с докладом "Формулы включений и исключений в нашем классе".

Литература

1. Евсеева А.А. О работе с понятиями множеств в школьном курсе математики, Материалы VI Международной научно-практической конференции (Казань, 25-26 ноября 2016 г.) 184-188